

遞迴





自然界的碎形



這些圖形，

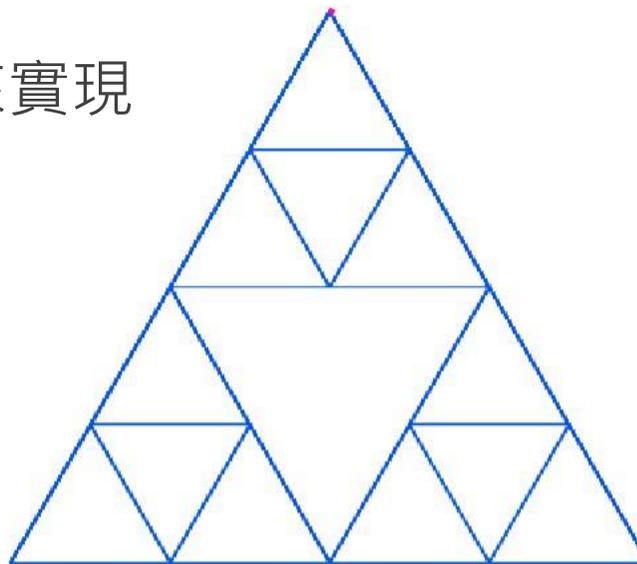
- 不斷的重複同樣的東西，
- 只不過每次重複的是比較小的東西。



這個現象，稱為遞迴(recursion)

在計算機科學中，遞迴的本質

- 重複地將問題分解為相同子問題的方式
- 在程式語言支持下，可通過函數中呼叫自身函式來實現遞迴



用自己呼叫自己的方法， 計算階乘值

給一個N值，計算
 $1*2*3*...N$ 的結果

問題



n! 數學上的遞迴函式

像是階梯一級一級的乘下，
故以階乘為名

$n! = n*(n-1)*(n-2)*\dots*1$ ，
其中 $n > 0$ ， $0! = 1$

例 1: $f_1(n) = n!$

由 $n!$ 定義可知

$$n! = \begin{cases} 1, & \text{當 } n=0 \\ n*(n-1)*\dots*1, & \text{當 } n>0 \end{cases}$$

當 $n > 0$ 時，

$$\begin{aligned} f_1(n) &= n*(n-1)*\dots*1 \\ &= n*[n*(n-1)*\dots*1] \\ &= n* f_1(n-1) \end{aligned}$$

因此， $f_1(n)$ 可重新定義為

$$n! = \begin{cases} 1, & \text{當 } n=0 \\ n* f_1(n-1), & \text{當 } n>0 \end{cases}$$

在例 1 中，當 $n=0$ 時， $f_1(n) = 1$ 稱為起始條件。



將 $n!$ 數學遞迴轉為程式碼

```
#include <iostream>
using namespace std;
```

```
int fac(int x){
    if (x>0)
        return x*fac(x-1);
    if(x==0)
        return 1;
```

```
}
int main()
{
    int x,y;
    cin>>x;
    y=fac(x);
    cout<<y<<endl;
    return 0;
}
```



用遞迴解的名題

費氏數列

問題



費氏數列(1/2)

- 某人飼養一對新生兔子。設兔子過了一個月後長大成熟，再過一個月即可產下一對兔寶寶。考慮兔子不死亡的條件下，試問過了 n 個月後，會有幾對兔子？

月數	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09
新生兔	0	1	0	1	1	2	3	5	8	13
成熟兔	0	0	1	1	2	3	5	8	13	21
總數	0	1	1	2	3	5	8	13	21	34



費波那契數列 (Fibonacci sequence)，又稱黃金分割數列、因數學家列昂那多·費波那契 (Leonardoda Fibonacci) 以兔子繁殖為例子引入，故又稱為「兔子數列」，指的是這樣一個數列：0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34,。在數學上，費波那契數列以如下遞迴的方法定義： $F(0)=0, F(1)=1, F(n)=F(n-1)+F(n-2) (n \geq 3, n \in \mathbb{N})$

費氏數列(2/2)



電腦程式解費氏數列

- 費氏數列函式

```
int yyy(int x){  
    if (x==0)  
        return 0;  
    if (x==1)  
        return 1;  
    if (x>=2)  
        return yyy(x-1)+yyy(x-2);  
}
```

- 主程式

```
int main()  
{  
    int x,y;  
    cin>>x;  
    y=yyy(x);  
    cout<<y<<endl;  
    return 0;  
}
```

