資料結構 C 演算法

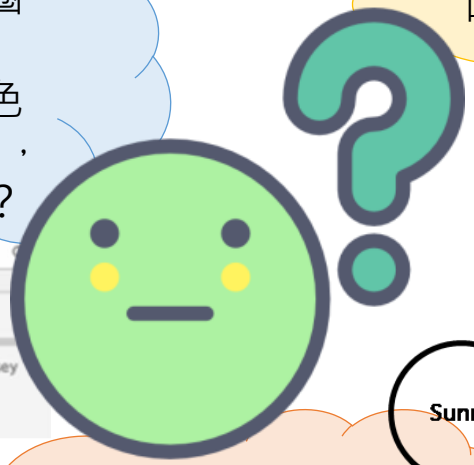
圖 的 搜 尋

Graph Search

圖的搜尋 Graph Search

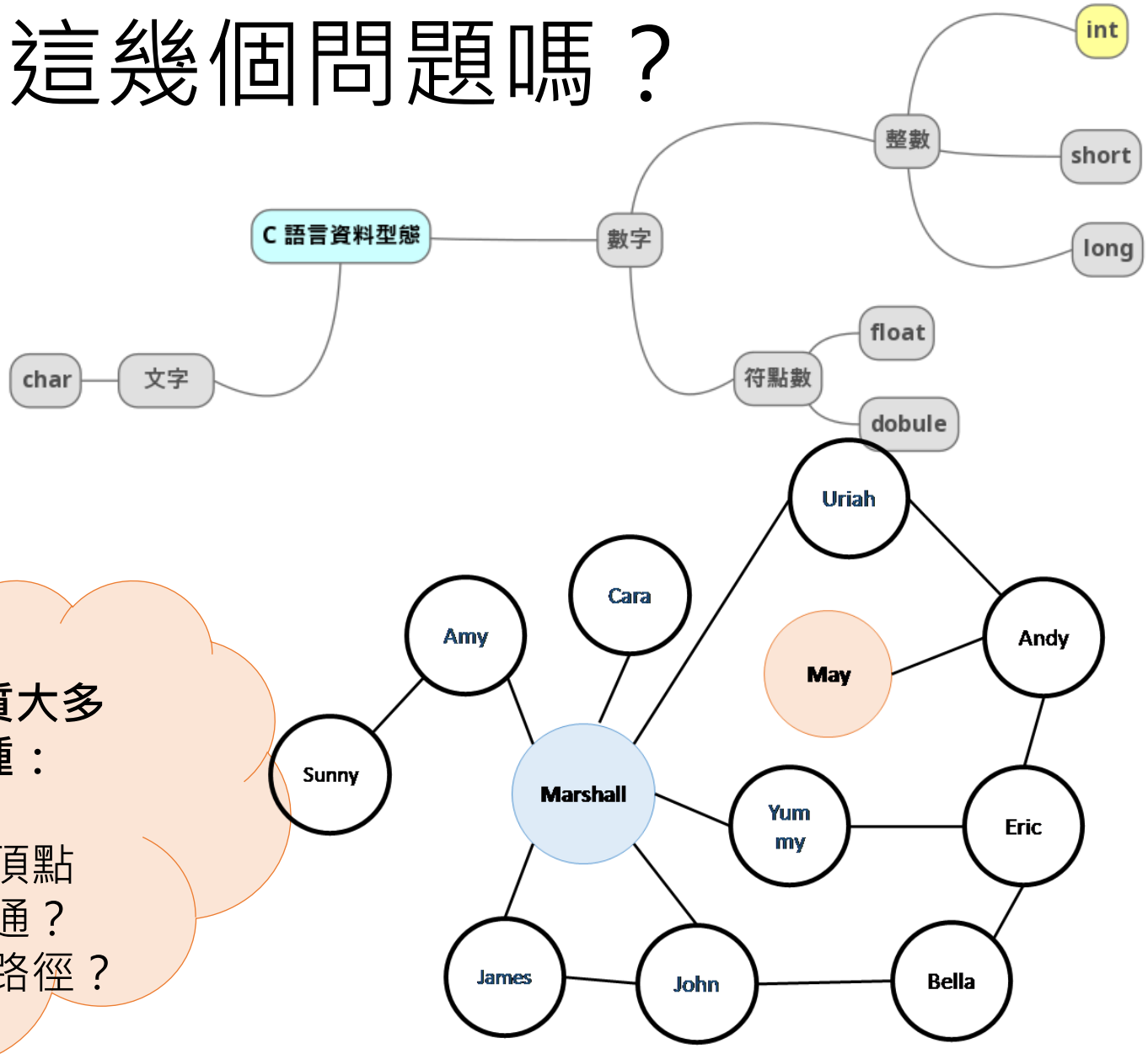
還記得一開始提的這幾個問題嗎？

如果想從紅色圈圈的 Bond Street 到達藍色圈圈的 Temple，要如果搭乘呢？



如果 Marshall 想認識May 的話，可以透過誰介紹呢？

還記得一開始提的這幾個問題嗎？



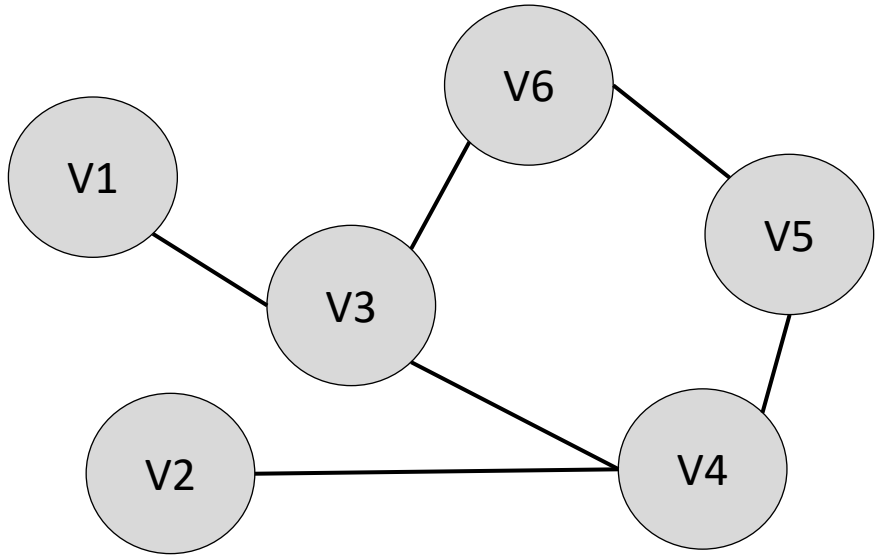
這些問題的本質大多圍繞在以下幾種：

- 列出圖內所有頂點
- 任兩點是否連通？
- 任兩點之間的路徑？

最基本的圖形問題？

- 列出圖內所有頂點
- 列出圖內所有邊

- 任兩點是否連通？
- 任兩點之間的路徑？
- 任兩點之間的最短路徑？



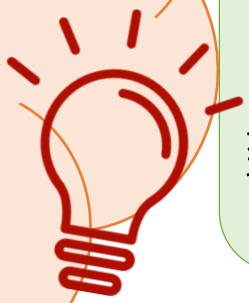
如何回答最基本的圖形問題？

- 列出圖內所有頂點
- 列出圖內所有邊

走過整個圖形內的邊與頂點，答案自然就出現！

問題是不是有點熟悉呢？

其實這就跟處理平面上的移動一樣，都可以使用**廣度優先搜尋(BFS)** 與**深度優先搜尋(DFS)**解決喔！



- 任兩點是否連通？
- 任兩點之間的路徑？
- 任兩點之間的最短路徑？

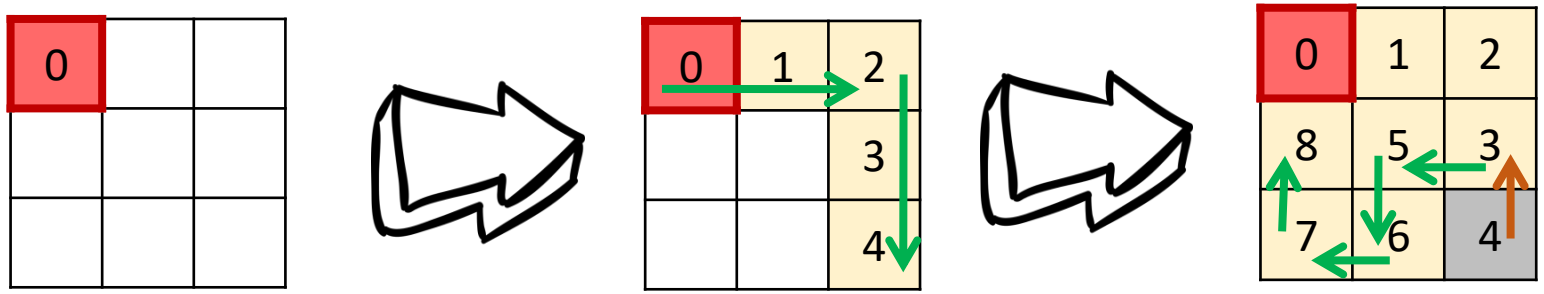
就像迷宮一樣，從入口（起始點）出發，探險所有可以前進的路線，到達出口（結束點）就達成任務了！


DFS
深度優先搜尋

先招喚 DFS 回憶

- 只要旁邊還有沒拜訪過的格子，就**持續前進**！
- 如果沒有可前進的格子，就往回退一格，找尋可前進的點

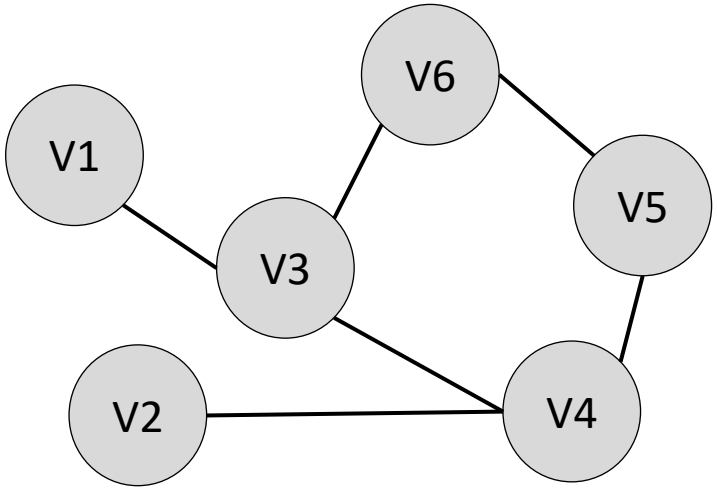
遞迴 + 堆疊 → 深度優先搜尋



- 持續前進的擴展
- 先求有再求好
- 堆疊與遞迴

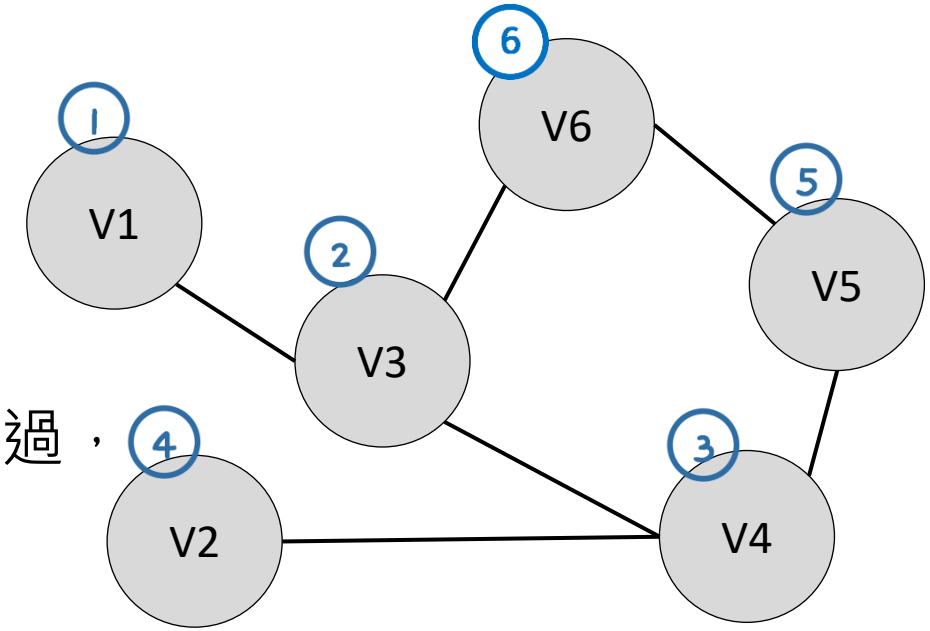
套用在圖形結構的DFS

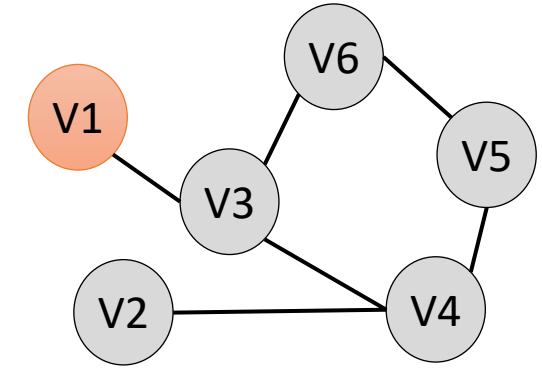
- 概念是一樣的！
- 先遇到的相鄰點，就先拜訪！
- 已經沒有沒拜訪過的相鄰點，就返回，找出前面走過的點中還沒拜訪過的！



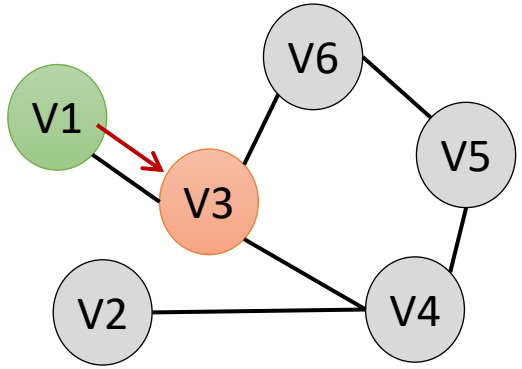
DFS 應用在圖形結構

- 將 V1 視為原點，從 V1 出發
- V1 只能到 V3，因此移到 V3
- V3往前可以到達 V4 與 V6，先移到 V4
- V4 往前可以到達 V2 與 V5 ，先移到 V2
- V2 不能往前走了，因此返回 V4
- 與V4相鄰的點(V2、V3 、V5)中，還有V5沒拜訪過，因此移到V5
- V5往前可以到達 V6 ，因此移到 V6
- 到達V6後，6個頂點都已經拜訪過，DFS 也就完成了！

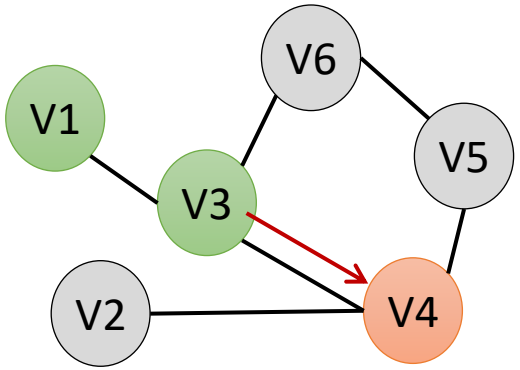




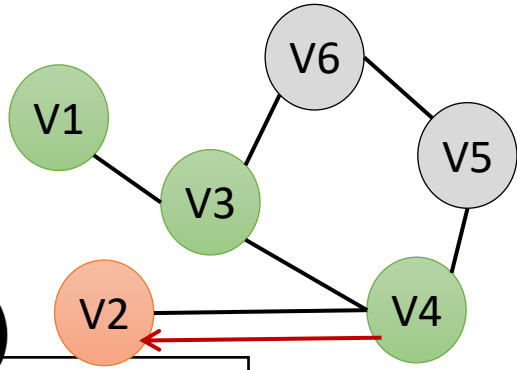
1 從 V1 出發



2 V1 移到 V3



3 V3 移到 V4



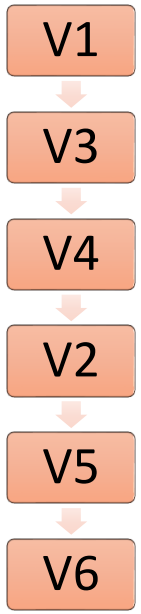
4 V4 移到 V2

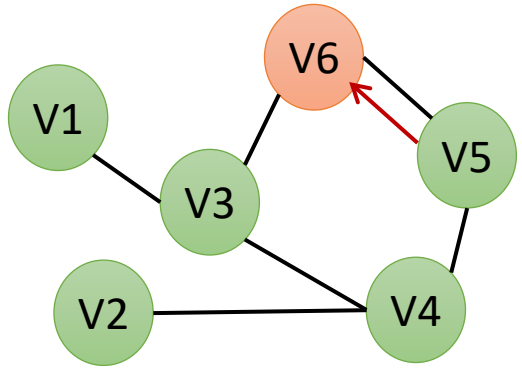
5 V2 返回 V4

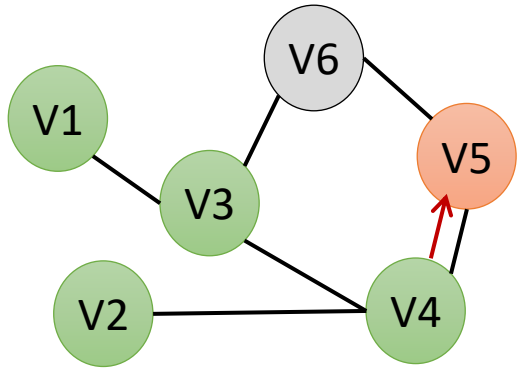
6 V4 移到 V5

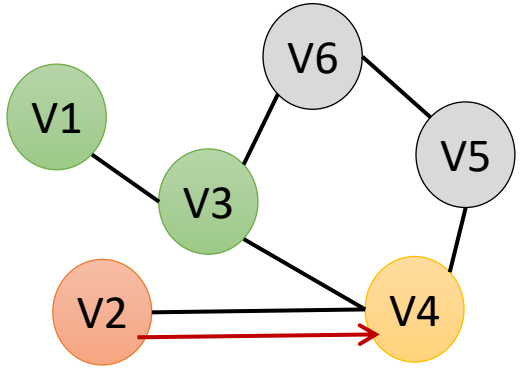
7 V5 移到 V6

完成 DFS









實作深度優先搜尋 – 搭配堆疊

找出還沒拜訪過的節點

```
void DFS(int vertex, int verticesCount, int graph[][MAX_VERTICES], int visited[])
{
 int i, j, top=0, parent;
 int ancestor[verticesCount+1], stack[verticesCount+1];

 memset(ancestor, -1, sizeof(ancestor));
 stack[top++] = vertex;
 while(top >= 0) {
  i = stack[top--];
  while (visited[i]==1 && top >=0) {
   i = stack[top--];
  }

  if (top < 0)
   break;
  printf("Visit v%d\n", i);
  visited[i] = 1;

  for(j = 0; j < verticesCount; j++) {
   if(visited[j] == 0 && graph[i][j] == 1) {
    top++;
    stack[top] = j;
    ancestor[j] = i;
   }
  }
 }
 printf("\n");
}
```

全部都被拜訪過，就可以結束走訪

使用堆疊記錄曾經看到但未拜訪過的節點

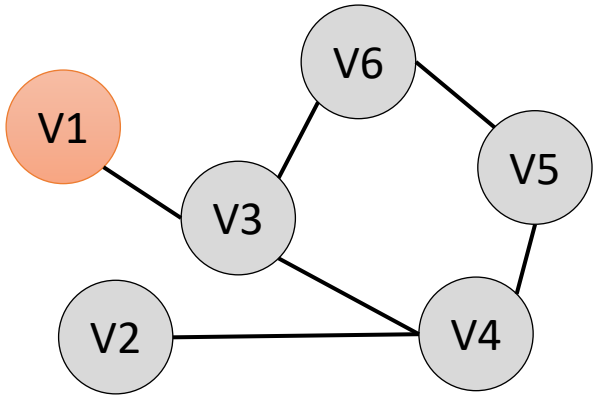
實作深度優先搜尋 – 搭配遞迴

```
void DFS(int vertex, int verticesCount, int graph[][MAX_VERTICES], int visited[])
{
 int j;
 printf("Visit v%d\n",vertex);
 visited[vertex] = 1;
 for(j=0; j<verticesCount; j++) {
  if(!visited[j] && graph[vertex][j]==1) {
   DFS(j, verticesCount, graph, visited);
  }
 }
}
```

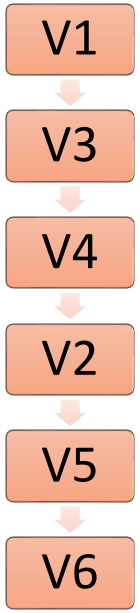
找出目前所在節點的所有相鄰頂點

使用遞迴方式拜訪尚未拜訪過的節點

不同的路徑結果

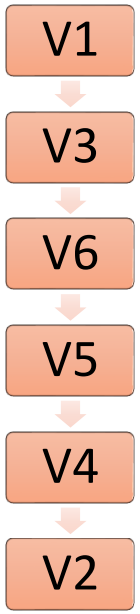


每次都選編號比較小的先拜訪



DFS 提供的是搜尋演算法邏輯，但實作時有些細節規則並沒有絕對的答案，交由程式開發者自行決定喔。

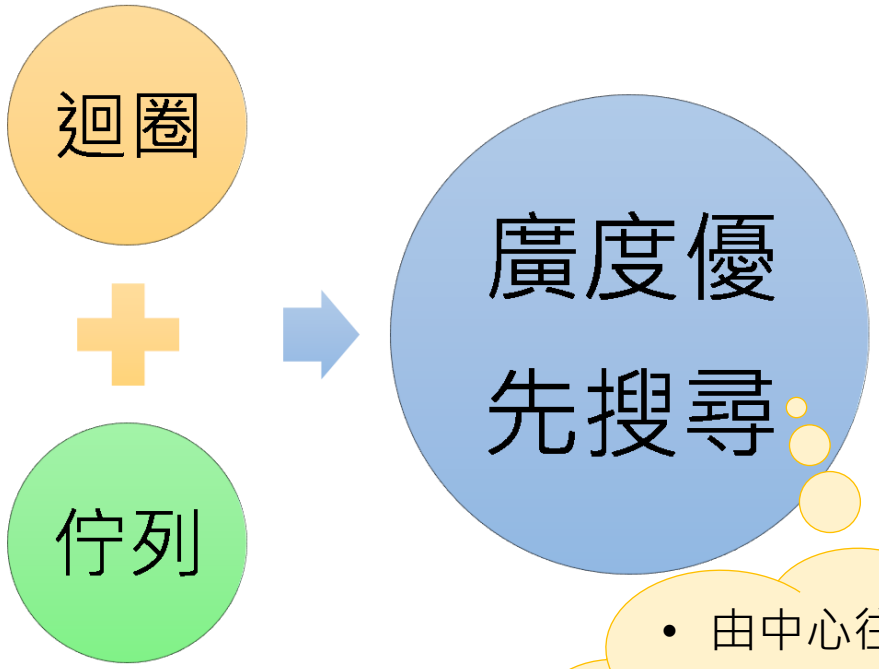
每次都選編號比較大的先拜訪



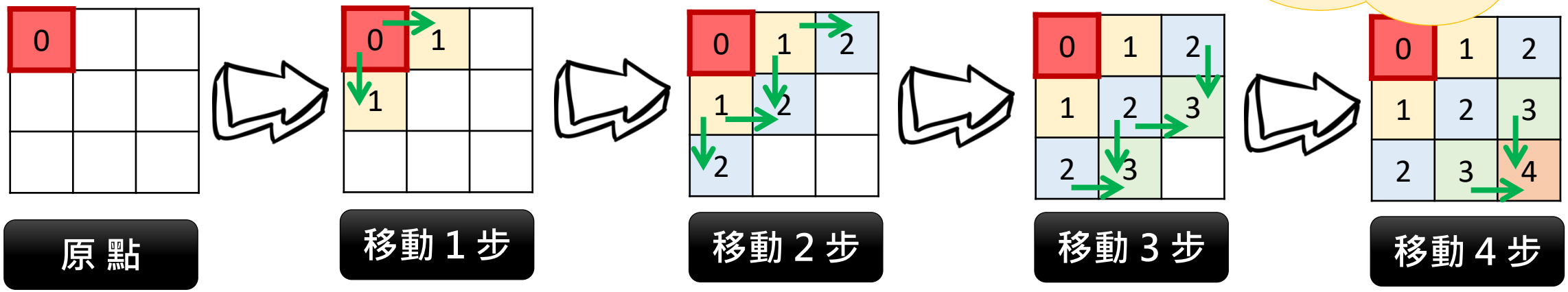

BFS
廣度優先搜尋

先招喚 BFS 回憶

- 先訪問從目前位置移動 1 步可到達的點
- 再訪問移動 2 步可到達的點，3 步可到達的點，以此類推

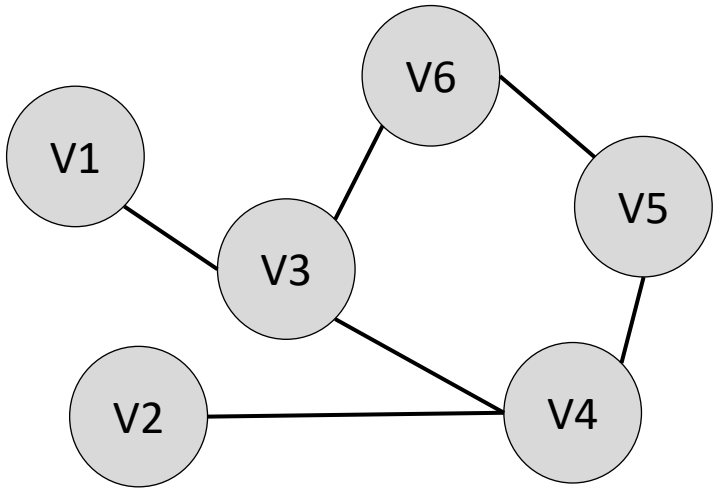


- 由中心往外的擴展
- 一次到位弄到好
- 佇列與迴圈



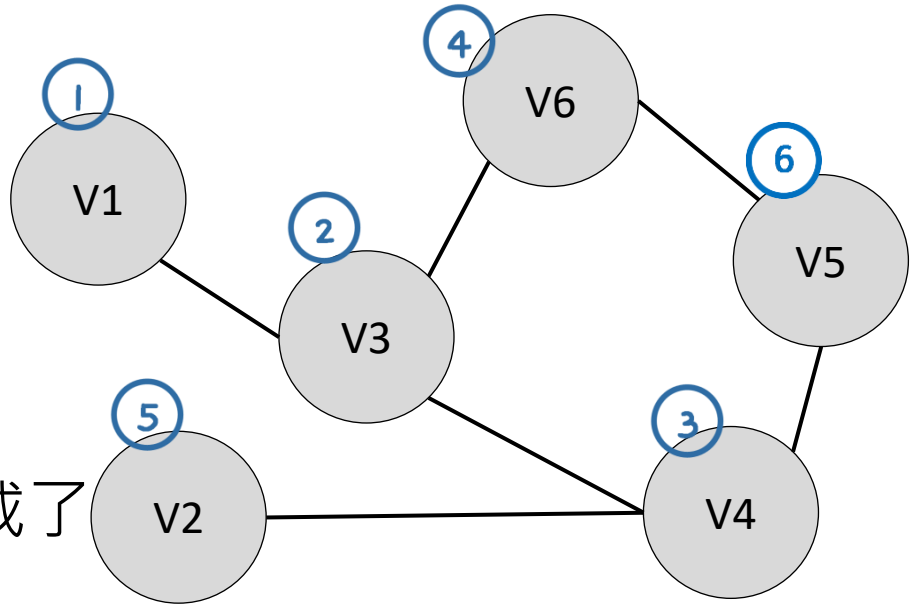
套用在圖形結構的BFS

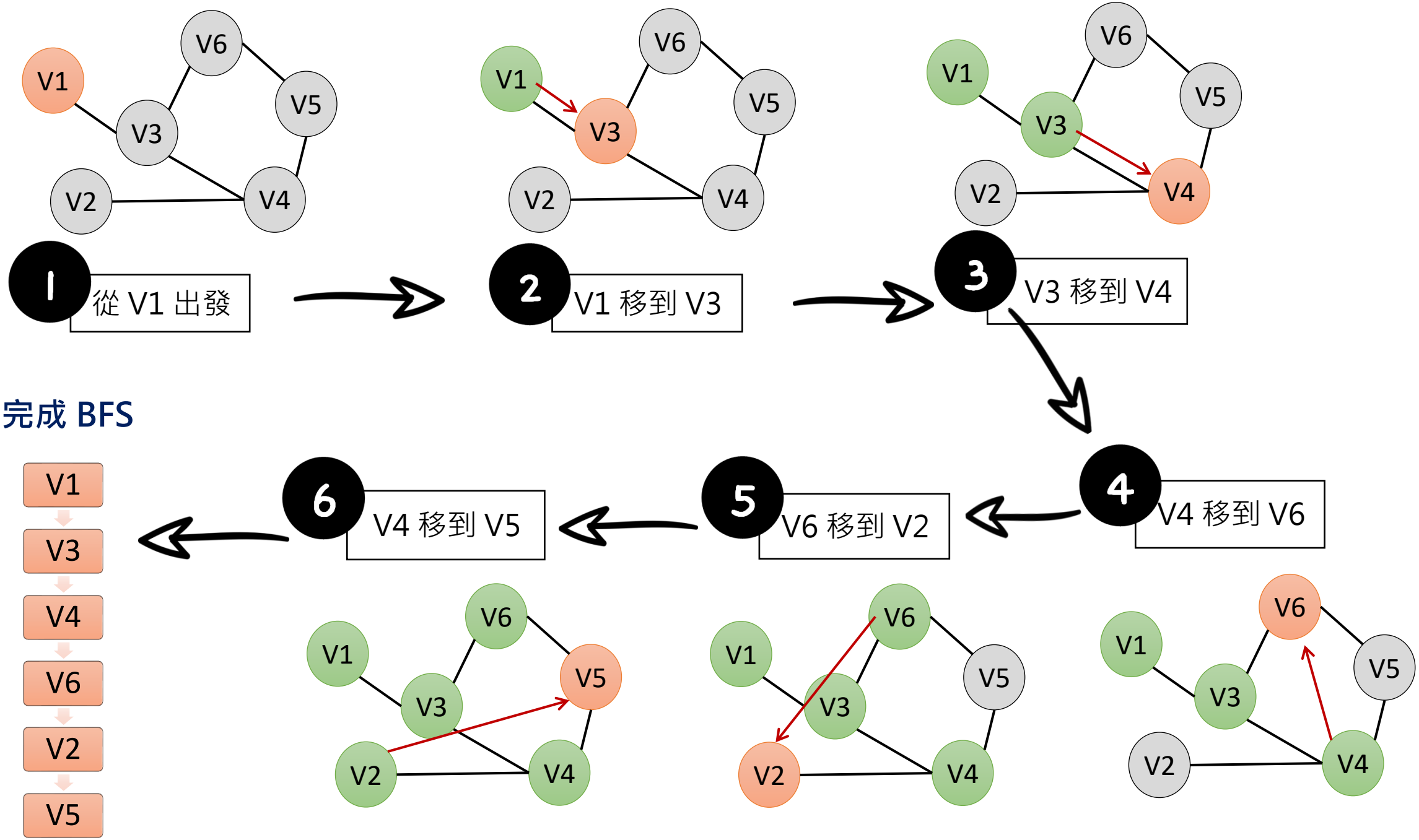
- 概念是一樣的！
- 所有相鄰點都要先拜訪過才能再往外找！



BFS 應用在圖形結構

- 將 V1 視為原點，從 V1 出發
- V1 的相鄰點有 V3，因此移到 V3
- V3 的相鄰點有 V4與 V6 ，先移到 V4
- 再移到V3的另一個相鄰點 V6
- V4的相鄰點有 V2與 V5 ，先移到 V2
- 再移到V4的另一個相鄰點 V5
- 到達V5後，6個頂點都已經拜訪過，BFS 也就完成了




V1
V6
V5
V3
V2
V4
1
從 V1 出發
2
V1 移到 V3
3
V3 移到 V4
4
V4 移到 V6
5
V6 移到 V2
6
V4 移到 V5
完成 BFS
V1
V3
V4
V6
V2
V5

實作廣度優先搜尋 – 搭配佇列

```
void BFS(int vertex, int verticesCount, int graph[][MAX_VERTICES], int visited[MAX_VERTICES])
{
 int j, ancestor[verticesCount+1];
 queueMaster *queue;
 memset(ancestor, -1, sizeof(ancestor));
 queue = createQueue(queue);
 enqueue(queue, vertex);

 while(!isEmpty(queue)) {

  vertex = dequeue(queue);
  if (visited[vertex] == 1)
   continue;
  visited[vertex] = 1;
  printf("Visit v%d\n",vertex);
  for(j = 0; j < verticesCount; j++) {
   if(visited[j] == 0 && graph[vertex][j] == 1) {
    enqueue(queue, j);
    ancestor[j] = vertex;
   }
  }
 }
 printf("\n");
}
```

判斷佇列內是否還有節點未拜訪

從佇列內取出位拜訪的節點

使用佇列記錄曾經看到但尚未拜訪過的節點

延伸的概念

概念 1: 圖的走訪 Graph traversal

- 透過 DFS 或 BFS 使用的圖形搜尋，因為本質是要依照邊的相連而**依序列出全部各個點**，因此這種搜尋我們稱為**圖的走訪**或是**圖的追蹤**，即『**Graph Traversal**』！