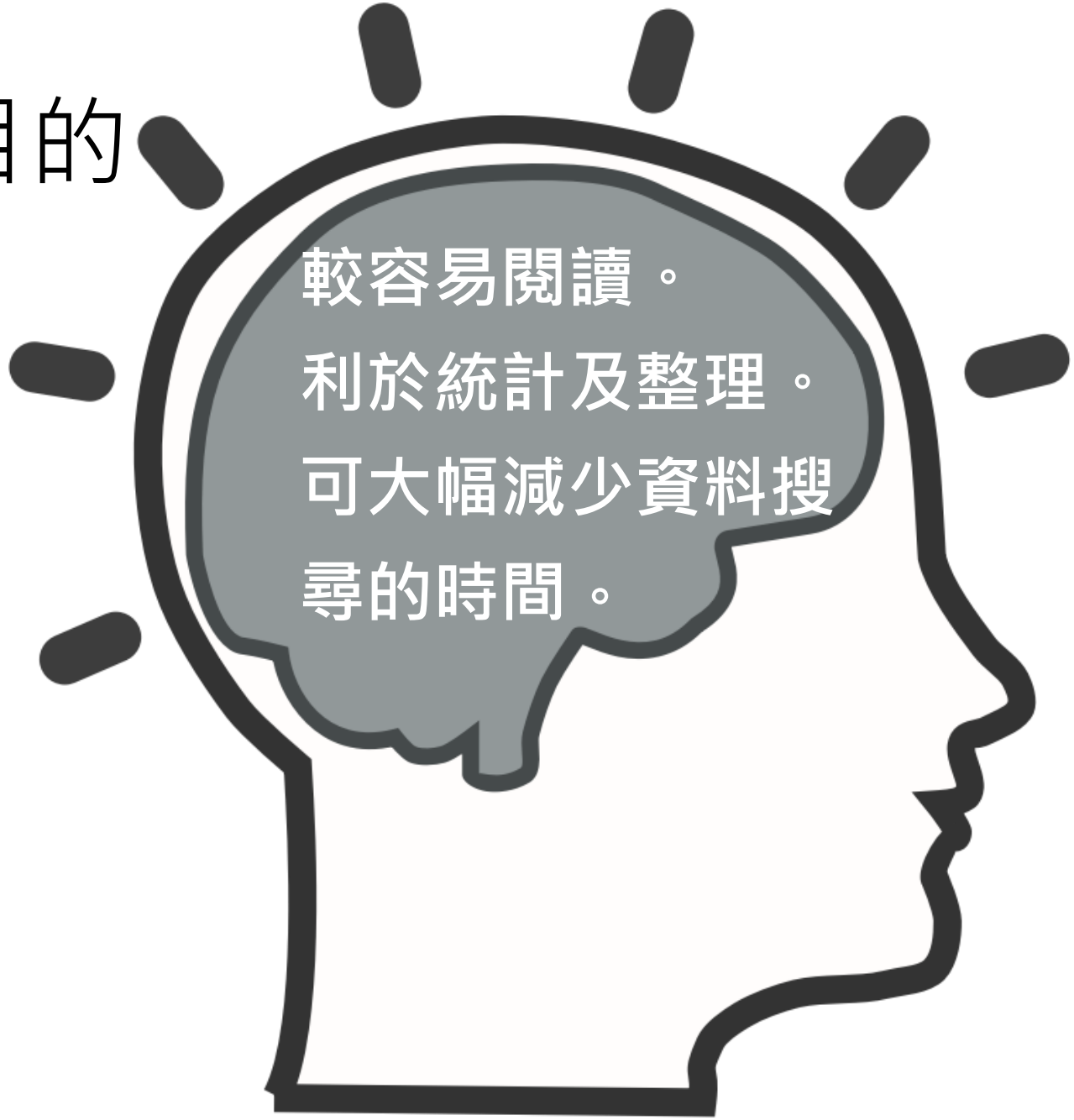
資料結構 C 演算法

排序 Sort

排序 Sort

排序的目的

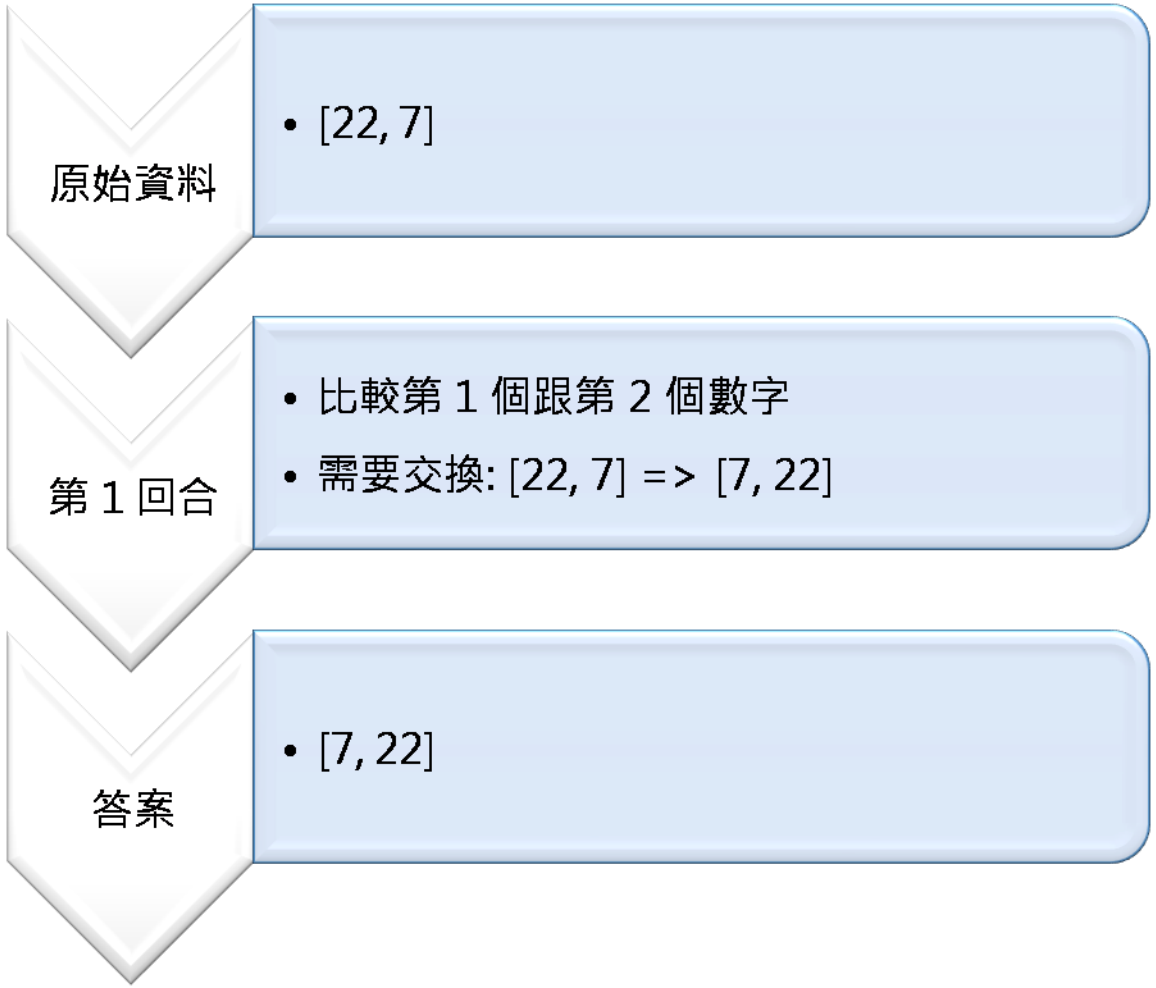


5個整數，
由小到大排列。

先想想簡單的

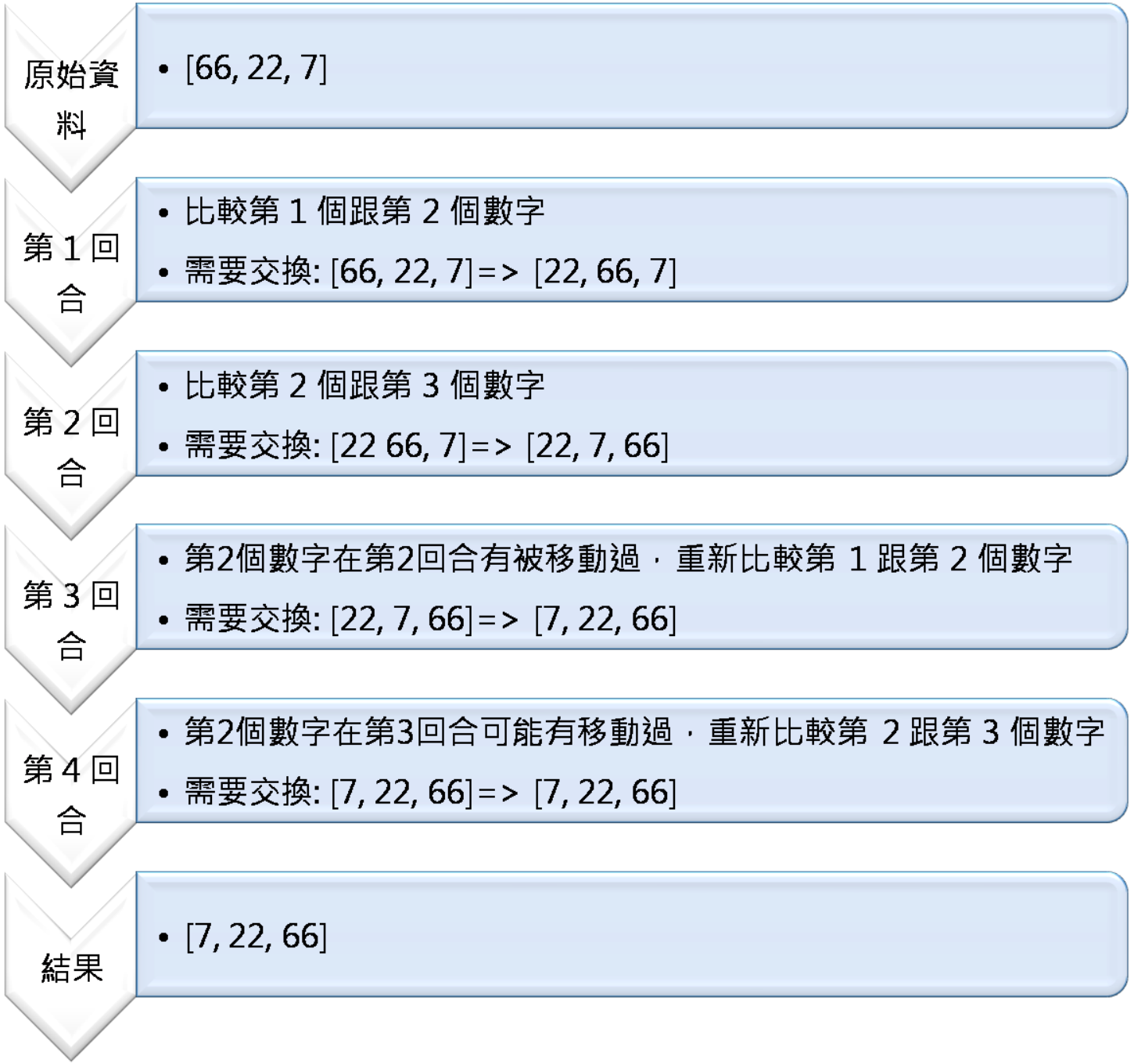
只有兩個數字時，就比較這兩個:

- 前面數字比較大就跟後面的交換
- 前面數字比較小就維持不動



複雜一點點呢?

若有三個數字時，維持兩個數字排序的原則，兩個數字比較，前面數字比較大就跟後面的交換，當所有兩個數字的組合都比較過後，結果自然就是排序後的組合



我們知道

- 排序的中心原則就是由小到大（或由大到小）
- **兩兩數字**比較，前面比較大就跟後面數字交換
- 只要確定所有兩兩數字的配對組合都有比較過，就可得到想要的排序順序

問題是

兩個數字
=> 第 1 個跟第 2 個數字比

三個數字
=>第 1 個跟第 2 個數字比
=>第 2 個跟第 3 個數字比
=>第 1 個跟第 3 個數字比

一堆數字
=> 要怎麼組合阿？？？

換個方式想

- 兩個數字相比，大的數字會被換到後面位置
- N個數字時，從第 1 個位置開始：
  - 第 1 回合：第 1 個位置的數字跟第 2 個位置的數字比，第 1 個位置的數字比較大就跟第 2 個位置的數字交換位置
  - 第 2 回合：第 2 個位置的數字跟第 3 個位置的數字比，第 2 個位置的數字比較大就跟第 3 個位置的數字交換位置
  - 第 3 回合：第 3 個位置的數字跟第 4 個位置的數字比，第 3 個位置的數字比較大就跟第 4 個位置的數字交換位置
  - 第 4 回合、第 5 回合、第 6 回合....
  - 第 N-1 回合：第 N-1 個位置的數字跟第 N 個位置的數字比，第 N-1 個位置的數字比較大就跟第 N 個位置的數字交換位置

也就是說

- 經過第 1 次的 N-1 回合，第 1 大的數字會被推到最後 1 個位置
- 經過第 2 次的 N-1 回合，第 2大的數字會被推到倒數第 2 個位置
- 經過第 3 次的 N-1 回合，第 3 大的數字會被推到倒數第 3 個位置
- .....
- .....
- .....
- 經過第 N 次的 N-1 回合，第 N 大的數字會被推到倒數第 N 個位置

  ⇒ 也就是最小的數字會被放到最前面的方式

  ⇒ 所以，最後就產生由小到大排列的數字組合了！！！

就這樣比...

原始資料	第一回合				第二回合				第三回合				第四回合			
4	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	1	繼續往下比...		
3	4	2	2	2	3	3	3	3	3	1	1	1	2			
2	2	4	4	4	4	4	1	1	1	3	3	3	3			
5	5	5	5	1	1	1	4	4	4	4	4	4	4			
1	1	1	1	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5			

方法:
比4大回合，
每一回合又比4小回合
兩兩相比，大的往後推

將方法變成程式碼

Bubblesort.c

```c
#include <stdio.h>
int main() {
 int array[11];
 int i,j,temp;

 for (i=0;i<5;i++)
  scanf("%d",&array[i]);

 for (i=0;i<5-1;i++){ // 比4大回合
  for(j=0;j<5-1-i;j++){ // 比4小回合
   if(array[j]>array[j+1]){
    temp=array[j];
    array[j]=array[j+1];
    array[j+1]=temp;
   }
  }
 }

 for (i=0;i<5;i++)
  printf("%d ",array[i]);

 return 0;
}
```

輸入資料

前一個比後一個大，就做交換

輸出資料

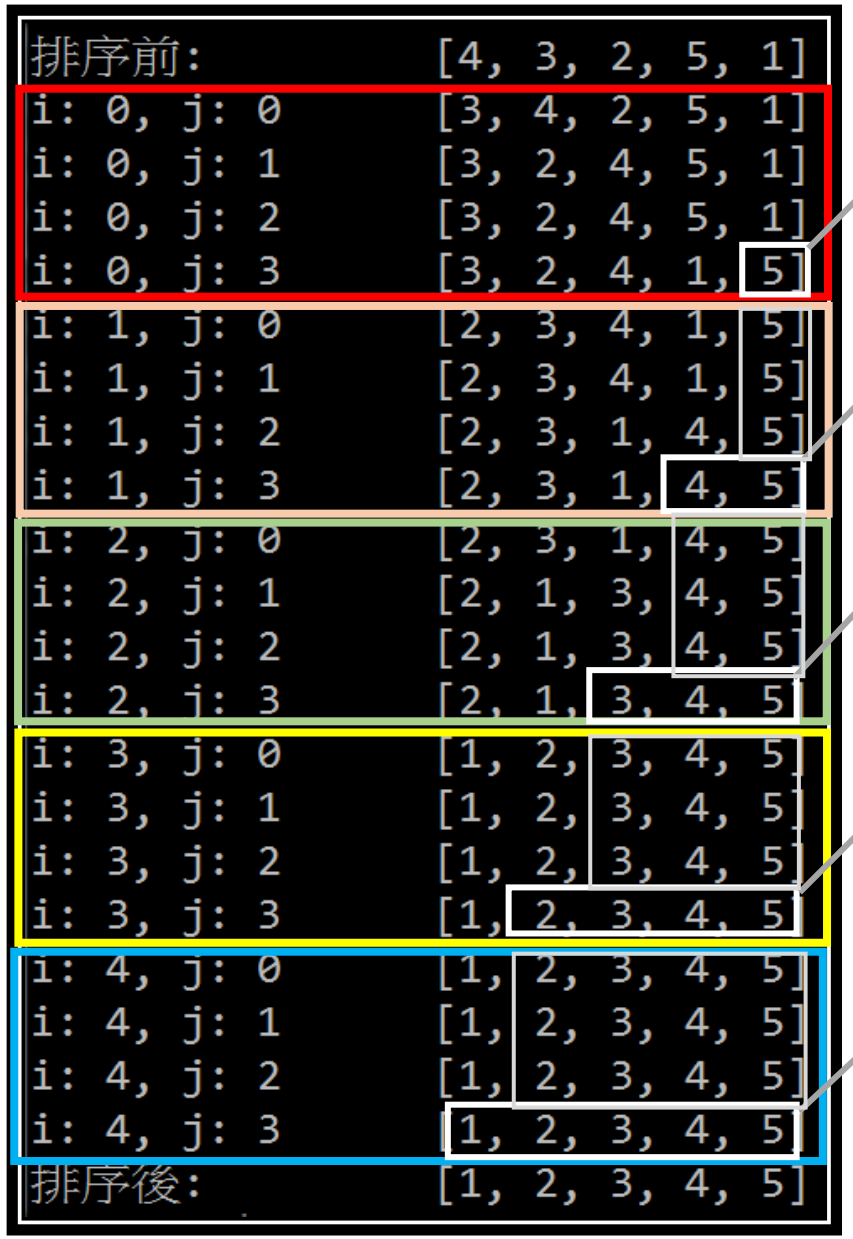
第一大回合

第二大回合

第三大回合

第四大回合

第五大回合



第一大回合結束後，
最大的值會被推到**最下面**

第二大回合結束後，
次大的值會被推到**倒數第二層**

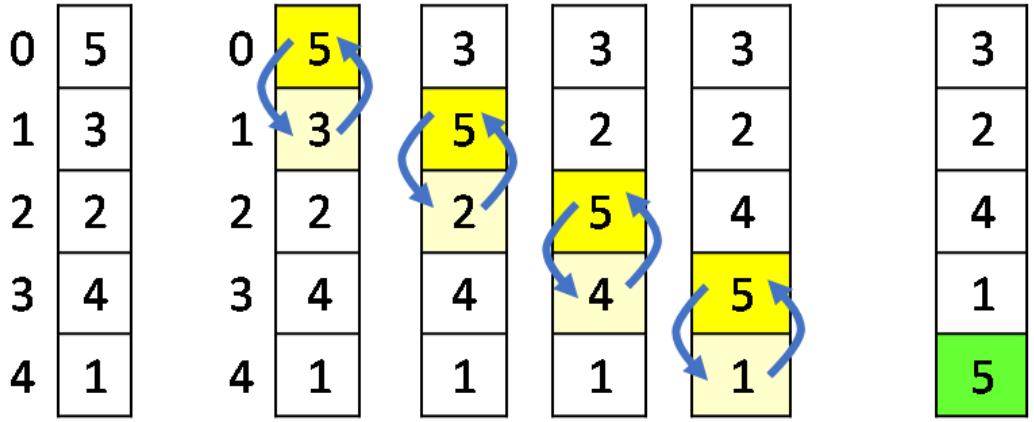
第三大回合結束後，
第三大的值會被推到**倒數第三層**

第四大回合結束後，
第四大的值會被推到**倒數第四層**

第五大回合結束後，
第五大（最小）的值會被推到**倒數第五層（最上層）**

這是泡沫排序法

- 重複地走訪要排序的數列，一次比較兩個元素，如果他們的順序錯誤就把他們交換過來。
- 走訪數列的工作是重複地進行直到沒有再需要交換，也就是說該數列已經排序完成。
- 越小的元素會經由交換慢慢「浮」到數列的頂端。
- 越大的元素會經由交換慢慢「沉」到數列的底端。



泡沫排序法的時間複雜度

當 N 很大時，泡沫排序法需要執行很久的！

```
#include <stdio.h>
int main() {
 int array[11];
 int i,j,temp;
```

O(N)

```
 for (i=0;i<5;i++)
  scanf("%d",&array[i]);
```

$O(N^2)$

```
 for (i=0;i<5;i++){ // 比4大回合
  for(j=0;j<5-1-i;j++){ // 比4小回合
   if(array[j]>array[j+1]){
    temp=array[j];
    array[j]=array[j+1];
    array[j+1]=temp;
   }
  }
 }
```

O(N)

```
 for (i=0;i<5;i++)
  printf("%d ",array[i]);

 return 0;
}
```

$O(N^2)$

還有其他方法嗎？

也可以這樣比

原始資料
- [4, 3, 2, 5, 1]

Step 1
- 找出最小數字所在的位置 => 第 5 個位置
- 最小數字所在的位置 (第 5 個位置)跟第 1 個位置的數字交換
- 需要交換: [4, 3, 2, 5, 1] => [1, 3, 2, 5, 4]

Step 2
- 找出第 2 小數字所在的位置 => 第 3 個位置
- 第 2 小數字所在的位置(第 3 個位置) 跟第 2 個位置的數字交換
- 需要交換: [1, 3, 2, 5, 4] => [1, 2, 3, 5, 4]

Step 3
- 找出第 3 小數字所在的位置 => 第 3 個位置
- 第 3 小數字已經在第 3 個位置
- 不需要交換: [1, 2, 3, 5, 4]

Step 4
- 找出第 4 小數字所在的位置 => 第 5 個位置
- 第 4 小數字所在的位置(第 5 個位置) 跟第 4 個位置的數字交換
- 需要交換: [1, 2, 3, 5, 4] => [1, 2, 3, 4, 5]

Step 5
- 找出第 5 小數字所在的位置 => 第 5 個位置
- 第 5 小數字已經在第 5 個位置
- 不需要交換: [1,2, 3, 4, 5]

答案
- [1, 2, 3, 4, 5]

方法:
在每一回合中找出最小值

將方法變成程式碼

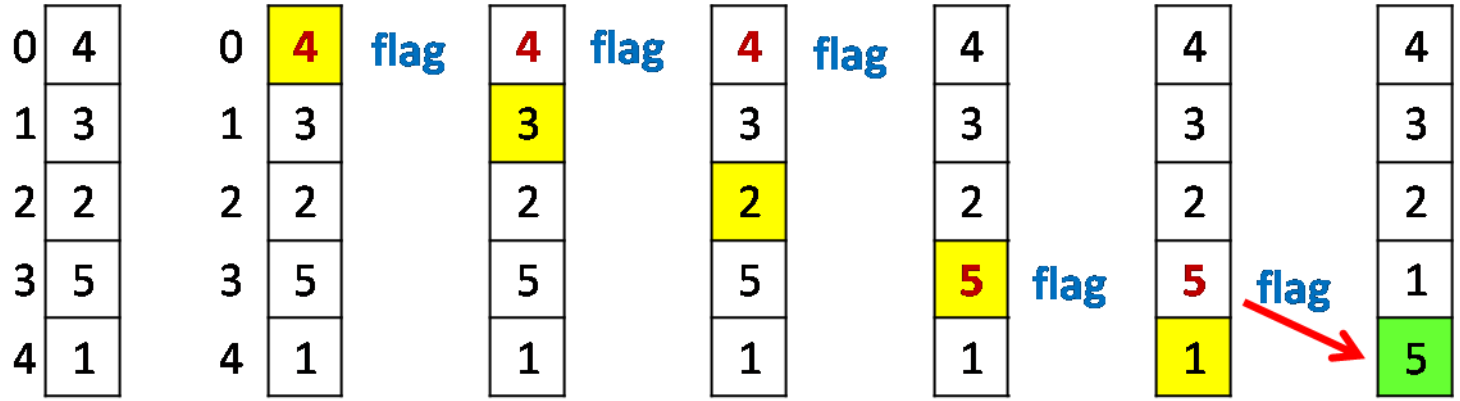
```c
#include <stdio.h>
int main()
{
  int num[10], flag;
  int i, j, temp=0;
  for (i=0; i<5; i++) {
    scanf("%d", &num[i]);
  }
  for (i=0; i<5; i++) {
    flag = i;
    for (j=i+1; j<5; j++) {
      if (num[flag]>num[j]){
        flag = j; //找到最小值的位置
      }
    }
    temp = num[flag];
    num[flag] = num[i];
    num[i] = temp;
    for(j=0; j<5; j++) {
      printf("%d ", num[j]);
    }
    printf("\n");
  }
  return 0;
}
```

執行結果

```
dice - sort $ ./selectionsort.exe
5
4
3
2
1
1 4 3 2 5
1 2 3 4 5
1 2 3 4 5
1 2 3 4 5
1 2 3 4 5
```

這是選擇排序法

- 重複地走訪要排序的數列，每次走訪會找出該階段最小的元素。
- 每階段的走訪數列元素會比上一輪少一項。
- 走訪數列的工作是重複地進行直到所有階段的最小元素值完全找到。



選擇排序法的時間複雜度

```c
#include <stdio.h>
int main()
{
  int num[10], flag;
  int i, j, temp=0;
  for (i=0; i<5; i++) {
    scanf("%d", &num[i]);
  }

  for (i=0; i<5; i++) {
    flag = i;
    for (j=i+1; j<5; j++) {
      if (num[flag]>num[j]){
        flag = j; //找到最小值的位置
      }
    }
    temp = num[flag];
    num[flag] = num[i];
    num[i] = temp;
    for(j=0; j<5; j++) {
      printf("%d ", num[j]);
    }
    printf("\n");
  }

  return 0;
}
```

O(N)

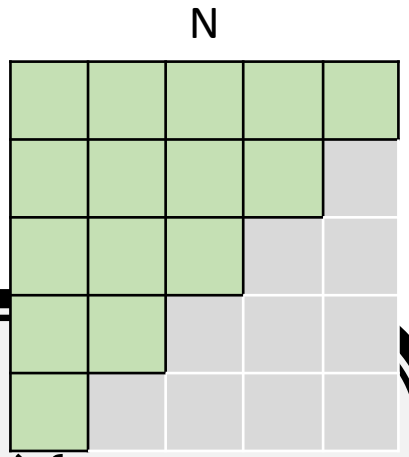
O(N^2)

O(N^2)

當 N 很大時，選擇排序法跟泡沫排序法一樣需要執行很久時間！

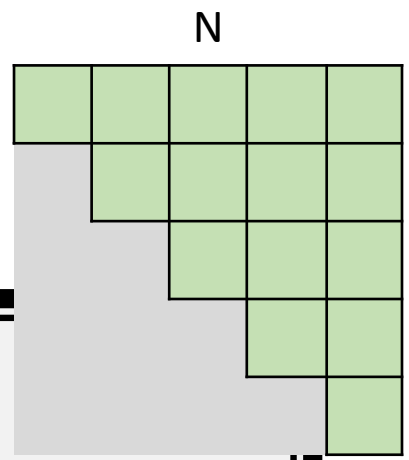
好像都很慢？

$O(n^2)$



泡沫排序法

```
for (i=0;i<5-1;i++){
 for(j=0;j<5-1-i;j++){
  if(num[j]>num[j+1]){
   temp=num[j];
   num[j]=num[j+1];
   num[j+1]=temp;
  }
 }
}
```



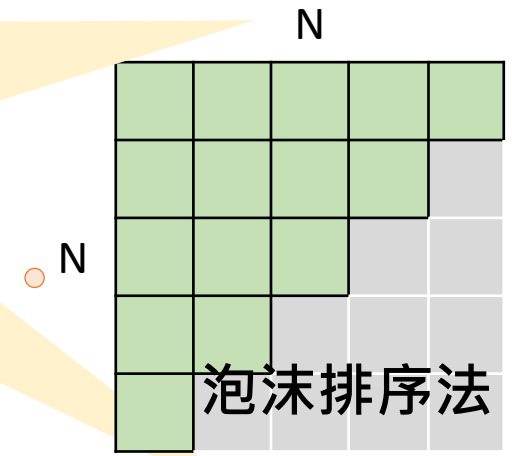
選擇排序法

```
for (i=0; i<5; i++) {
    flag = i;
    for (j=i+1; j<5; j++) {
      if (num[flag]>num[j]){
        flag = j; //最小值位置
      }
    }
    temp = num[flag];
    num[flag] = num[i];
    num[i] = temp;
}
```

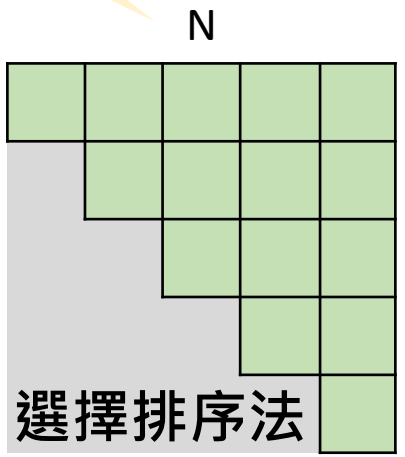
$O(n^2)$

要做排序，每個元素必定會被取出至少比較一次。

因此寬度的 N 無法避免。

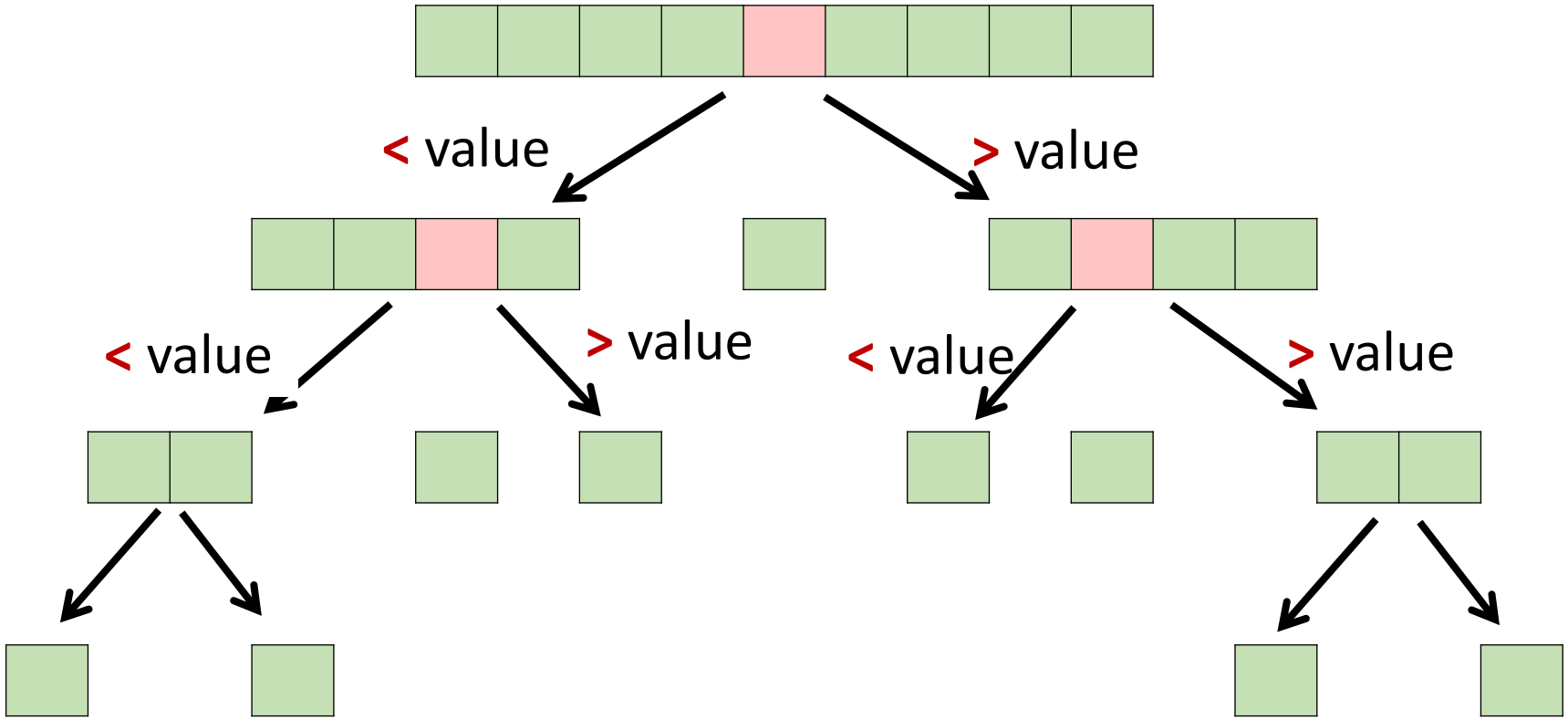


若是讓高度的 N 降低呢？

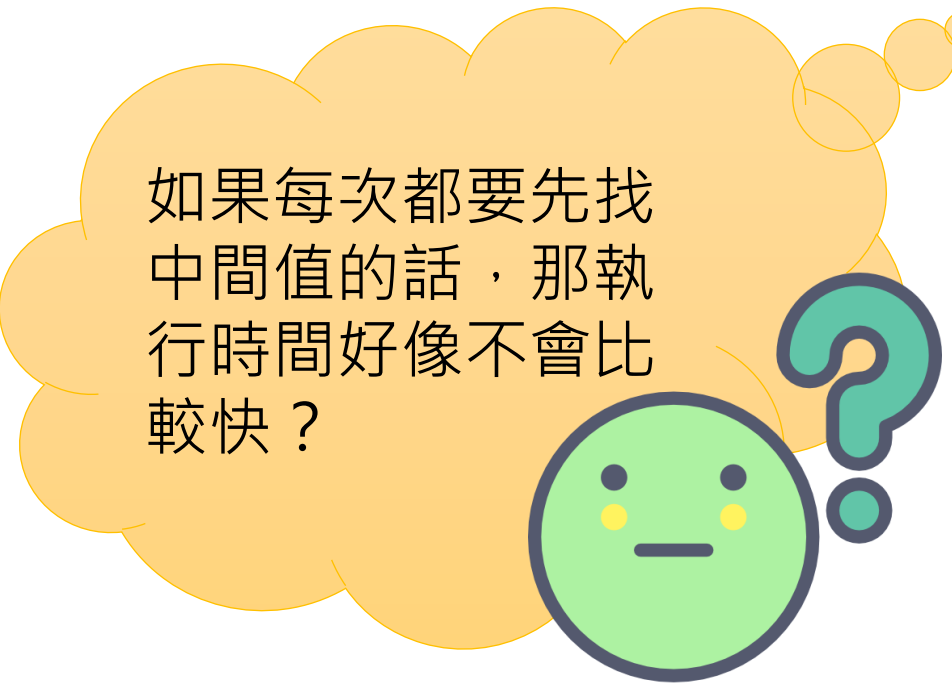


如果這樣排序呢？

- 每一回合找出中間值，根據中間值將資料分兩區，一區內的值都會大於中間值，另一區內的值都會小於中間值
- 若每回合可以準確的切成數量相同的兩區，那麼就可以降低走訪每個元素的次數。



分兩區的排序



原始資料

- [4, 3, 2, 5, 1]

第 1 回合

- 找出 [4, 3, 2, 5, 1] 的中間值 3

第 2 回合

- 將 3 移到資料中間，1 和 2 移前面，4 和 5 移後面
- 產生 3 一定在中間的列表: [2, 1, 3, 5, 4] 或 [2, 1, 3, 4, 5] 或 [1, 2, 3, 4, 5] 或 [1, 2, 3, 5, 4]

第 3 回合

- 將 3 前面的資料 [1, 2] 重覆使用分兩區的方式排序
- 將 4 前面的資料 [5, 4] 重覆使用分兩區的方式排序

結束

- 每區的資料只剩一個元素時，就排序完成了。

找中間值(pivot)的方法

- 方法 1：固定將資料的第一個元素或是最後一個元素視為中間值
  - 優點：簡單，不需多餘的比較就可決定中間值
  - 缺點：若是原本資料已經是排序好的，那兩端一定是極端值，切出來的兩區內的元素數量一定相差極大，完全無法發揮分兩區排序的優勢。

- 方法 2：隨機將資料內的某個元素視為中間值
  - 優點：簡單，很大機率避開方法 1 的缺點。
  - 缺點：隨機仍代表有機會找到極端值。

- 方法 3：在資料內找三個元素，只從這三個元素中挑出中間值。
  - 優點：避免出現方法 1 的極端情況，也不需要太多額外的操作。
  - 缺點：仍有可能是找到資料內的三個極端值。

找中間值(pivot)的方法

- 只有全部元素值看過一次才能保證找到的中間值絕對是中間值，但這不服合要降低排序時間的原則。

- 不論是哪種方法，都有可能找到極端值當中間值，但只要降低找到極端值的機率，就可提昇排序的平均時間。

將方法變成程式碼

```c
#include <stdio.h>
#define MAX 10

void showList(int number[])
{
  int i;
  for(i = 0; i < MAX; i++)
    printf("%d ", number[i]);
  printf("\n");
}

int main() {
  int i, number[MAX] = {0};
  for(i = 0; i < MAX; i++)
    scanf("%d", &number[i]);
  printf("Before Sort: ");
  showList(number);
  quickSort(number, 0, MAX-1);
  printf("After Sort: ");
  showList(number);

  return 0;
}
```

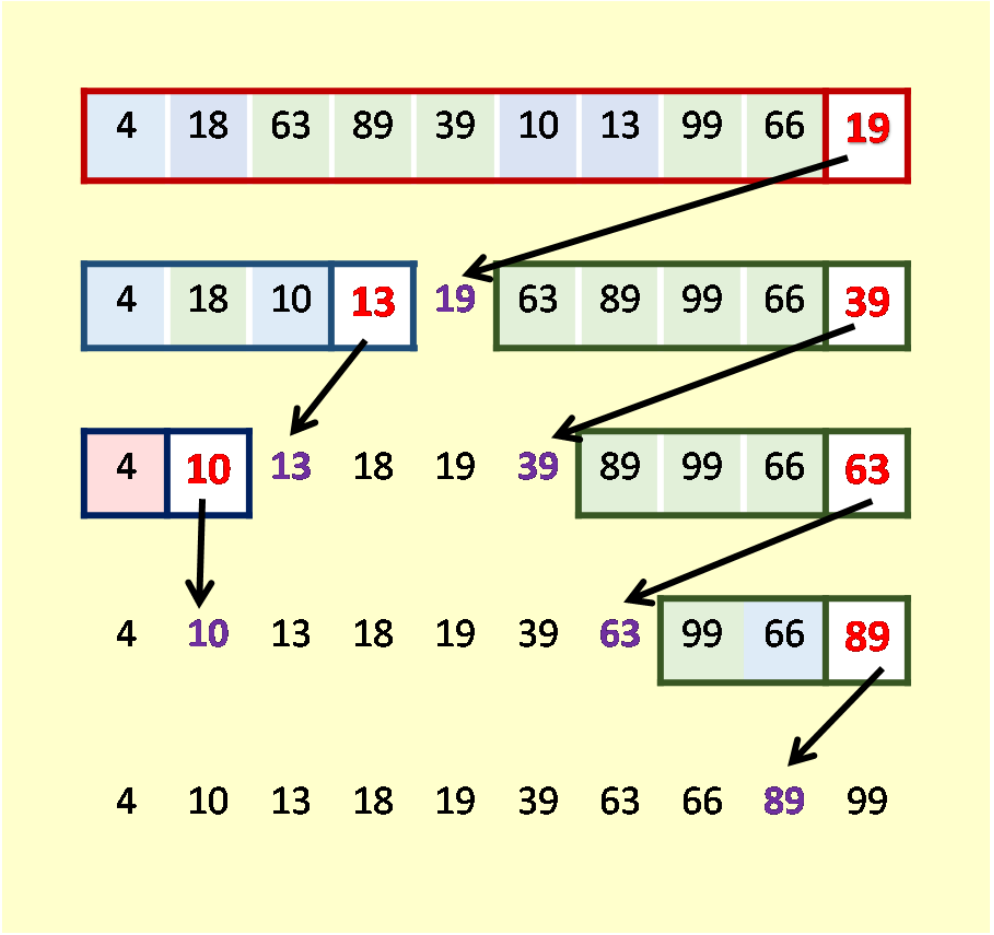
```c
void swap(int *x, int *y)
{
  int t;
  t = *x; *x = *y; *y = t;
}
int partition(int number[], int left, int
right)
{
  int i = left, j, pivot = right;
  for(j = left; j < right; j++) {
    if(number[j] < number[pivot])
      swap(&number[i++], &number[j]);
  }
  swap(&number[i], &number[pivot]);
  return i;
}
void quickSort(int number[], int left,
int right)
{
  int q;
  if(left < right) {
    q = partition(number, left, right);
    showList(number);
    quickSort(number, left, q-1);
    quickSort(number, q+1, right);
  }
}
```

執行結果

```
dice - sort $ ./quicksort.exe
21 20 33 19 2 11 39 10 99 60
Before Sort: 21 20 33 19 2 11 39 10 99 60
21 20 33 19 2 11 39 10 60 99
2 10 33 19 21 11 39 20 60 99
2 10 19 11 20 33 39 21 60 99
2 10 11 19 20 33 39 21 60 99
2 10 11 19 20 21 39 33 60 99
2 10 11 19 20 21 33 39 60 99
After Sort: 2 10 11 19 20 21 33 39 60 99
```

這是快速排序法 (quick sort)

- 在資料內找一個元素做為中間值 (pivot)
- 小於中間值的放一區，其餘的放另一區
- 重複找中間值分區的動作，值到每區內的數量只剩一個



快速排序法的時間複雜度

最差時間複雜度	$O(N^2)$
最佳時間複雜度	O(NlogN)
平均時間複雜度	O(NlogN)

若中間值一直取到極端值，那將會與泡沫排序與選擇排序法有一樣長的執行時間。

當中間值可以平均將資料分成兩群時，整體時間複雜度是O(NlogN)

延伸的概念

概念1: 更多排序

內部排序：

排序的資料量小，可以完全在記憶體內進行排序。

- 氣泡排序法 (bubble sort)
- 選擇排序法 (selection sort)
- 插入排序法 (insertion sort)
- 快速排序法 (quick sort)
- 堆積排序法 (heap sort)
- 謝爾排序法 (shell sort)
- 基數排序法 (radix sort)

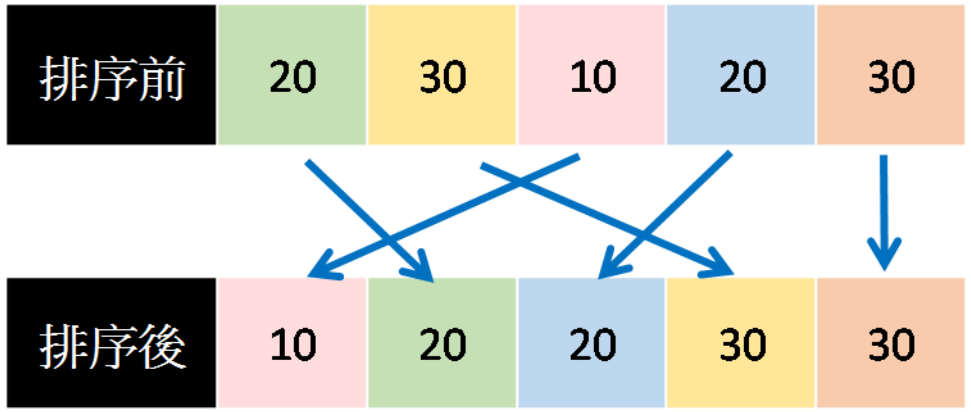
外部排序：

排序的資料量無法直接在記憶體內進行排序，而必須使用到輔助記憶體

- 直接合併排序法(Direct Merge Sort)
- k路合併法(k-Way Merge)
- 多相合併法(Polyphase Merge)

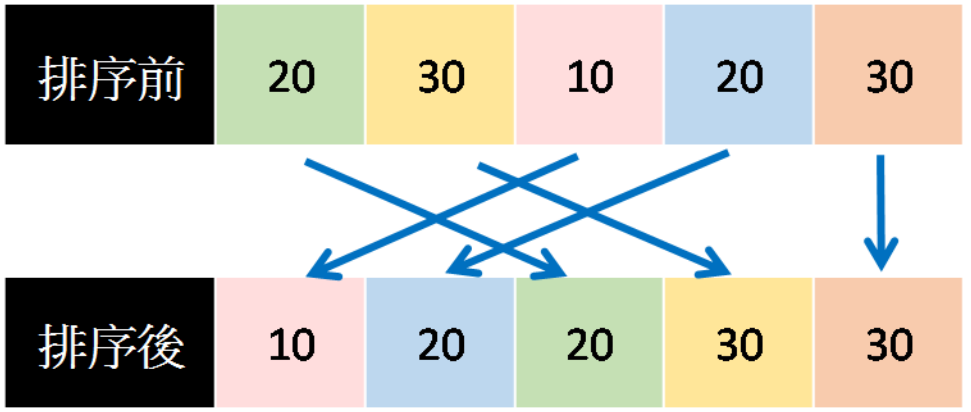
概念2: 穩定排序 與 不穩定排序

穩定排序 (stable sorting)



- 同樣的值經過排序後，原本在前面的仍會繼續在前面
- 綠色 20 與 藍色 20 排序後的順序仍是綠色 20 在前，藍色 20 在後

不穩定排序 (unstable sorting)



- 同樣的值經過排序後，原本在前面的可能會在後面，但也可能繼續在前面
- 綠色 20 與 藍色 20 排序後的順序變成綠色 20 在後，藍色 20 在前

概念3: qsort()

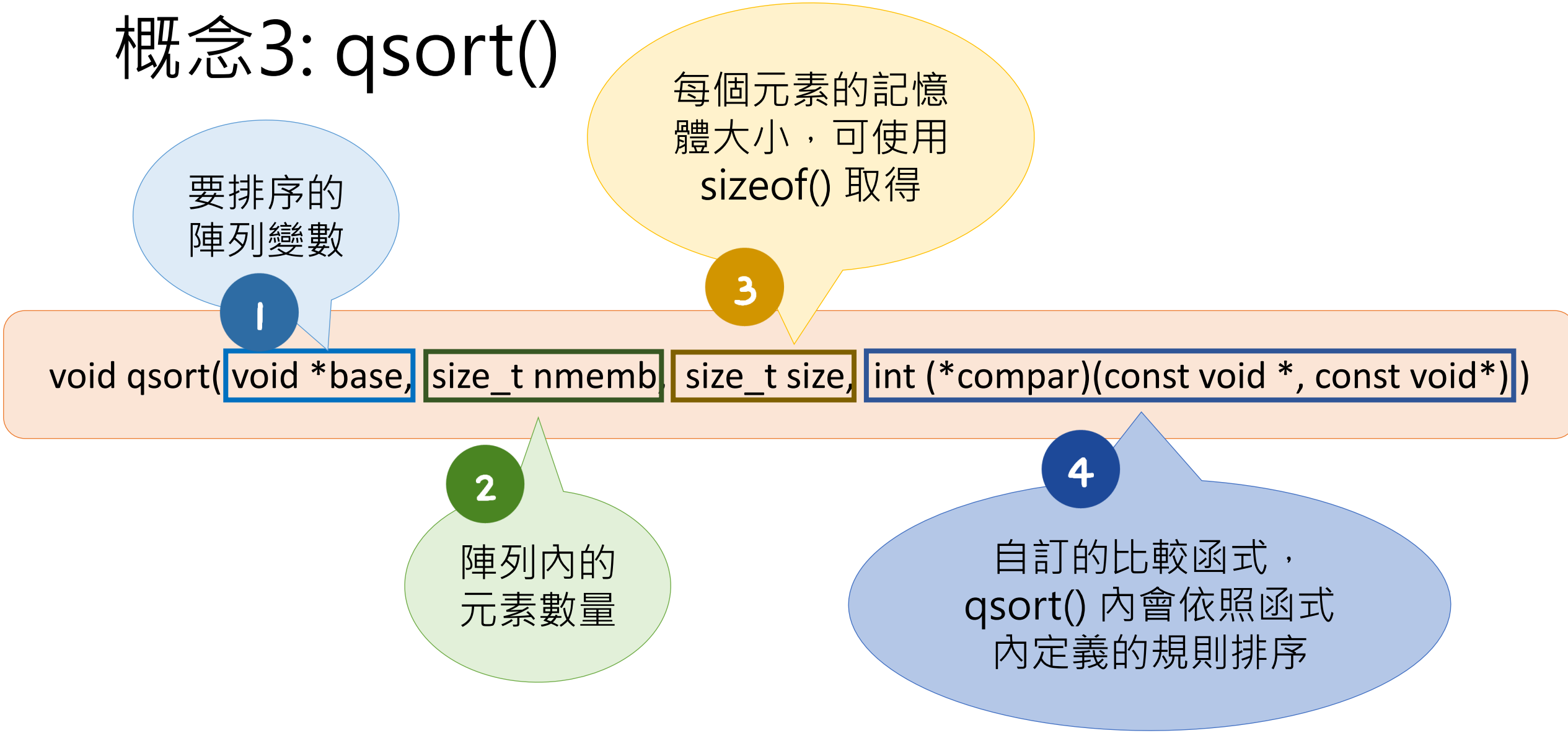
```c
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h> // 亂數相關函數
#include <time.h>   // 時間相關函數
#define MAX 10
void showList(int number[])
{
  int i;
  for(i = 0; i < MAX; i++)
    printf("%d ", number[i]);
  printf("\n");
}
int cmp ( const void *a , const void *b )
{
  return *(int *)a - *(int *)b;
}
int main()
{
  int i, array[MAX];
  srand( time(NULL) ); // 設定亂數種子
  for(i = 0; i < MAX; i++) {
    array[i] = rand() % 100 + 1;
  }
  showList(array);

  qsort(array, MAX, sizeof(array[0]), cmp);

  showList(array);
}
```

libray: stdlib.h 內提供了 qsort() 函式，可以對陣列變數資料使用 quick sort 方式排序。

執行結果

```
dice - sort $ ./qsort.exe
49 10 8 3 96 92 78 37 86 43
3 8 10 37 43 49 78 86 92 96
```

概念3: qsort()


要排序的
陣列變數
1
每個元素的記憶
體大小，可使用
sizeof() 取得
3
void qsort(void *base, size_t nmemb, size_t size, int (*compar)(const void *, const void*))
2
陣列內的
元素數量
4
自訂的比較函式，
qsort() 內會依照函式
內定義的規則排序

概念3: qsort()

```
qsort(array, MAX, sizeof(array[0]), cmp)
```

```
int cmp(const void *a , const void *b)
{
  return *(int *)a - *(int *)b;
}
```

比較的函式固定會有兩個參數傳入，且型態都會使用 **const void ***，函式內再依照實際要比較的變數型態轉換。