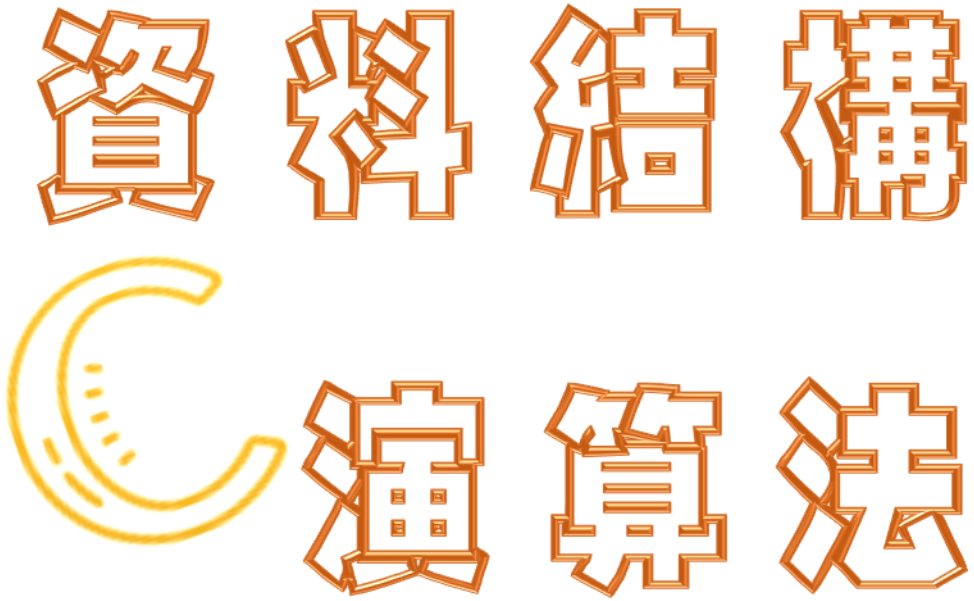
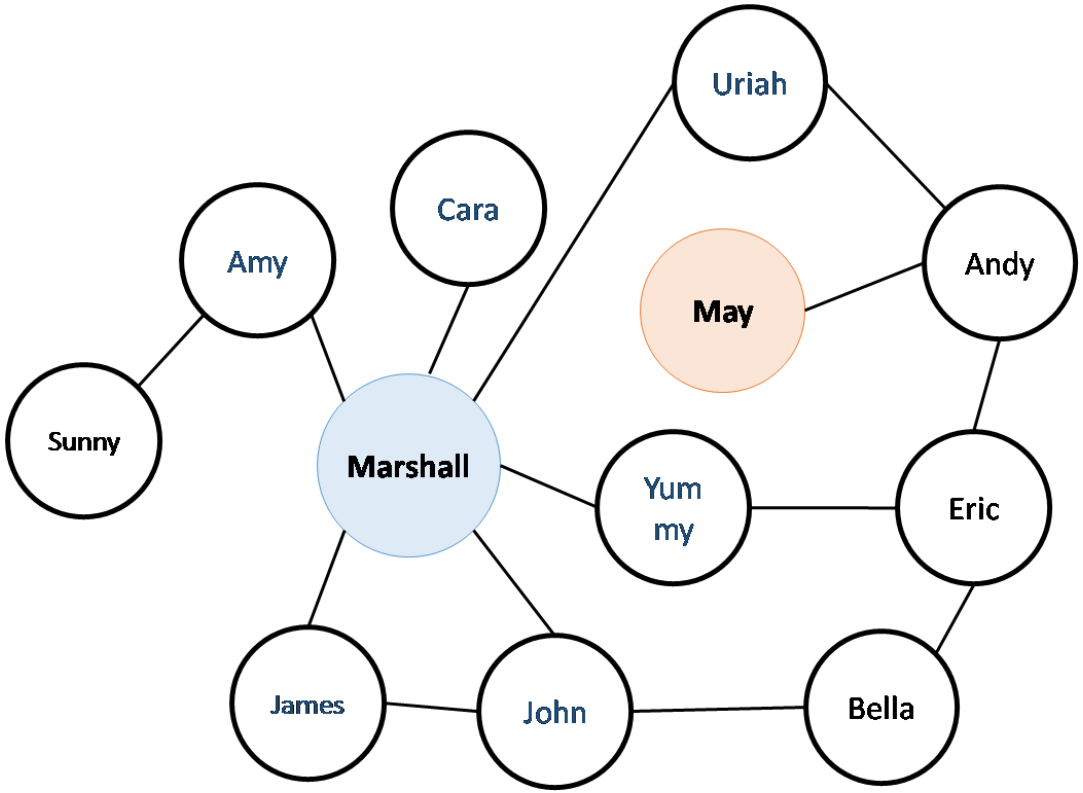


樹 Tree

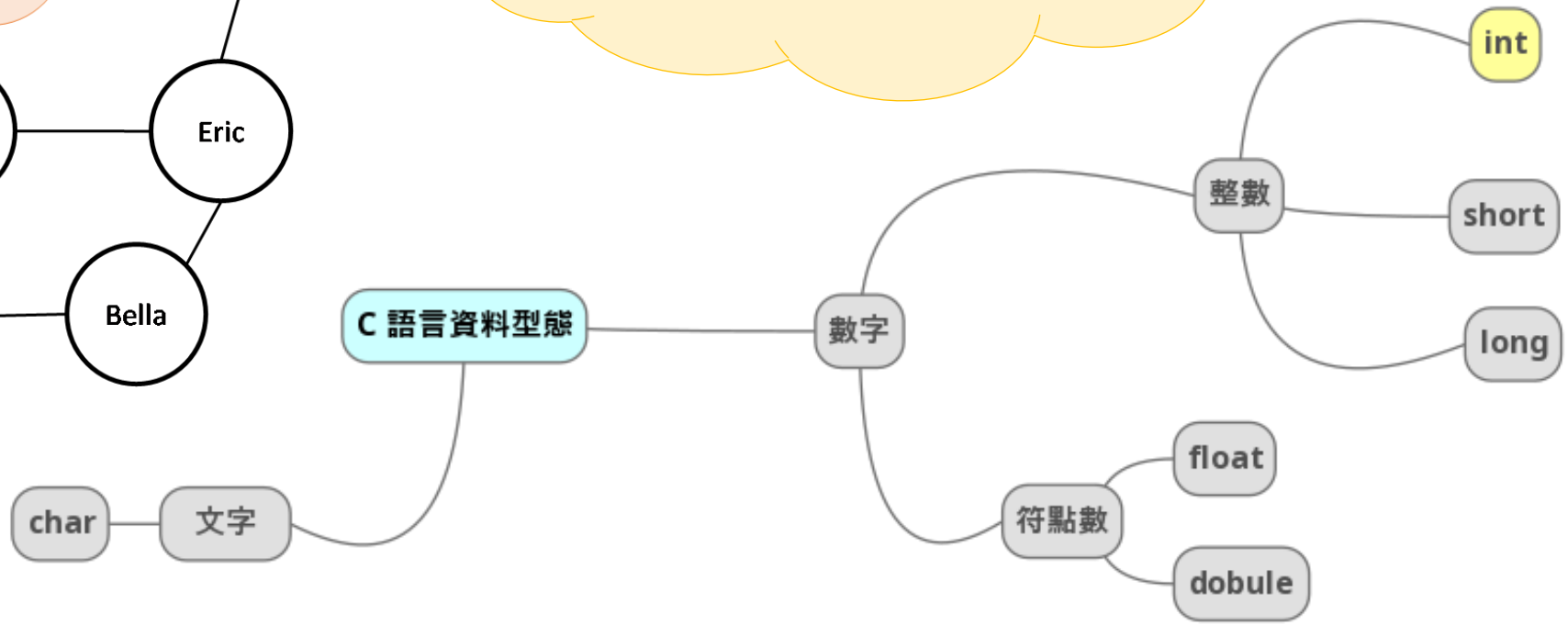
樹 Tree

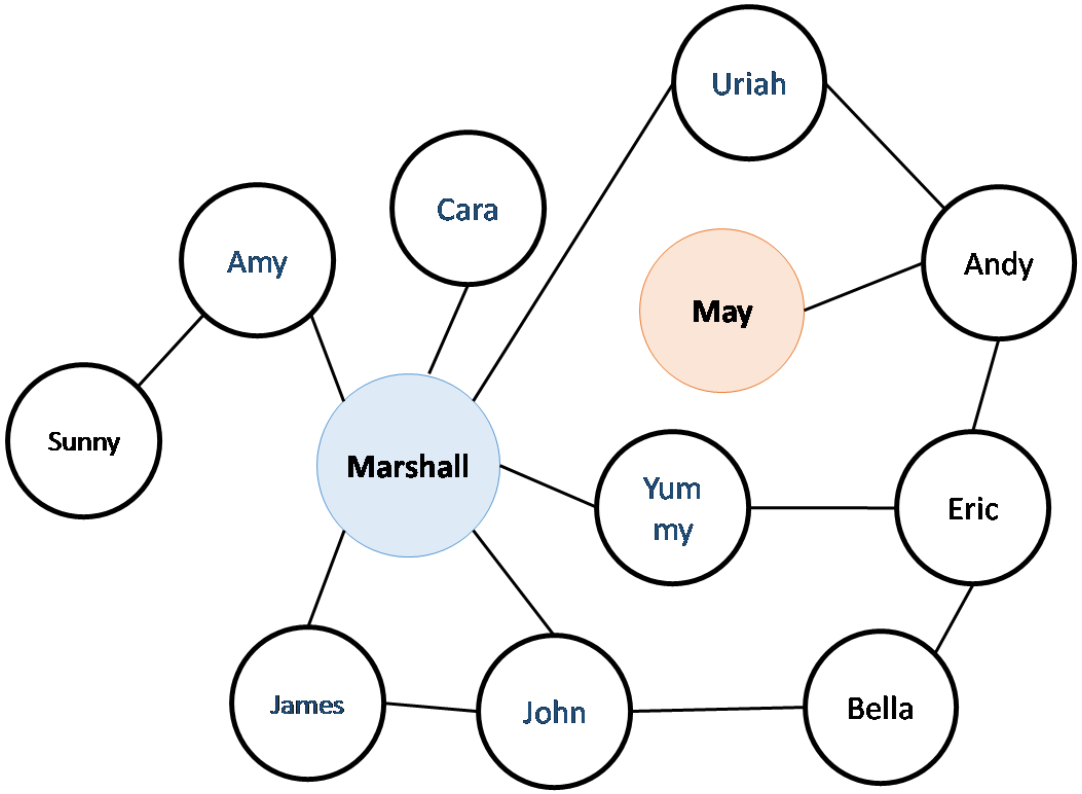
十八豆教育科技

比較這兩個圖形結構



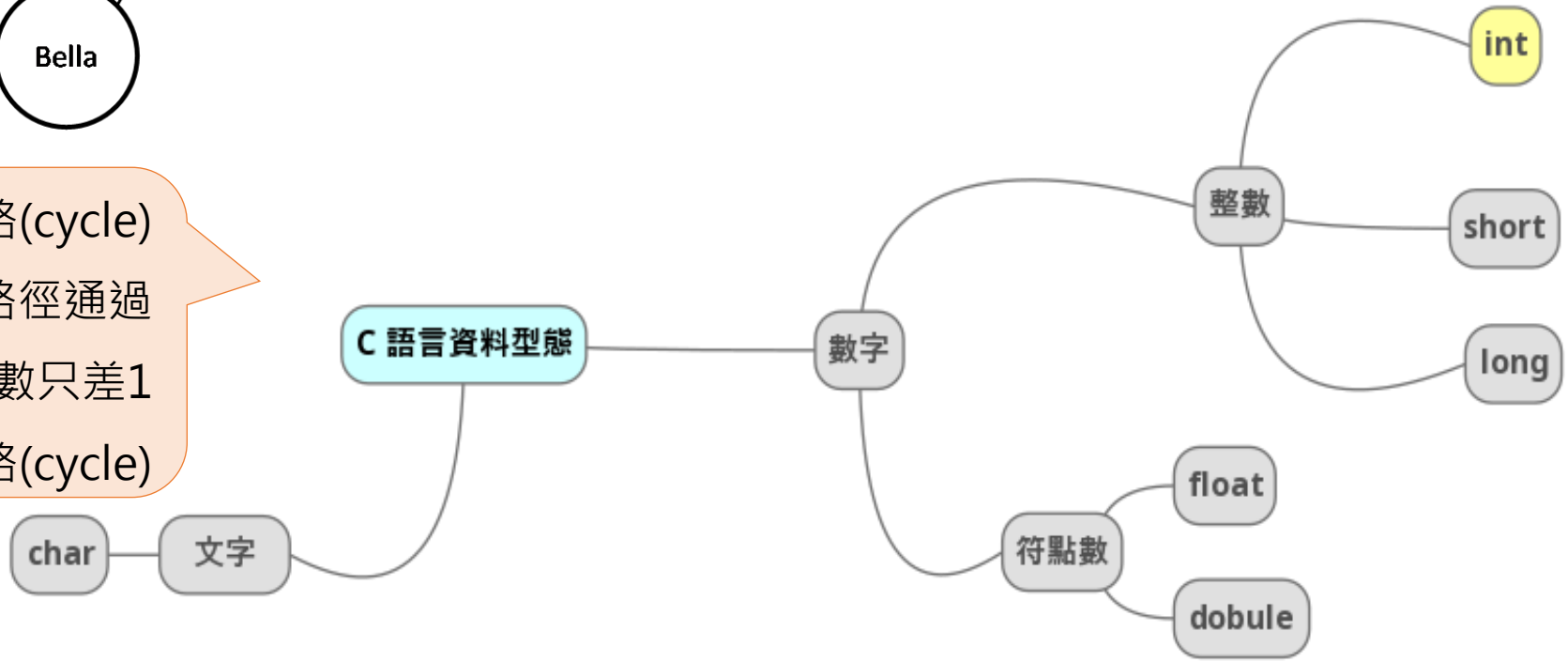
可以找出他們哪裡不一樣嗎？



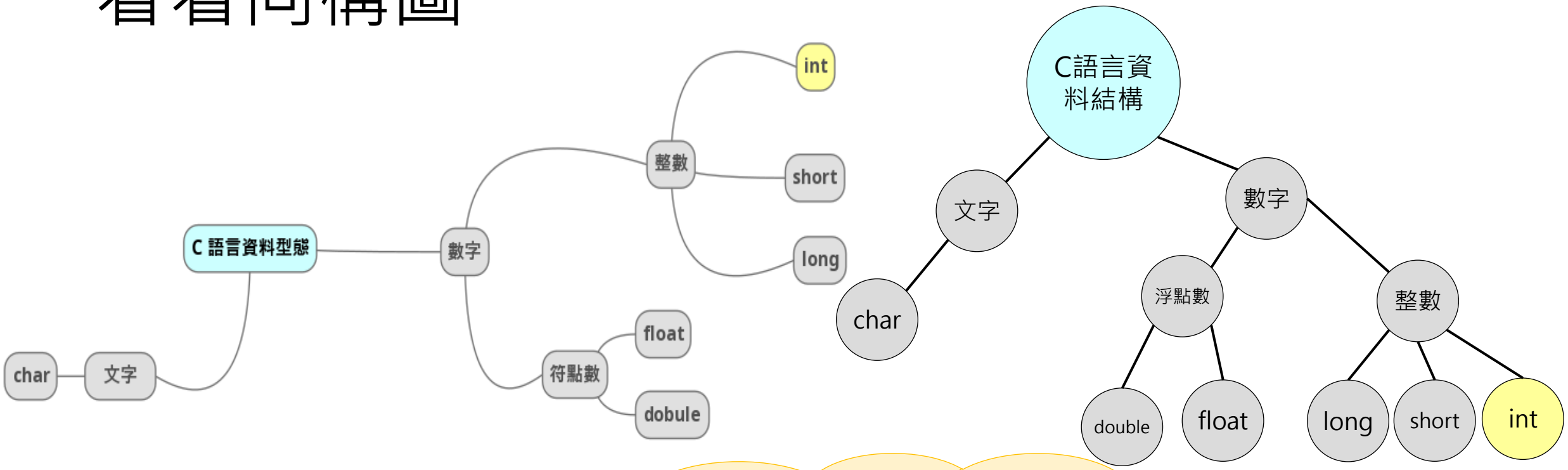


- 有迴路(cycle)
- 任兩個節點不只一條路徑
- 12個點有14個邊，邊數與點數沒有相對關係

- 沒有迴路(cycle)
- 任兩個節點只有一條路徑通過
- 11個點有10個邊，也就是邊數與點數只差1
- 任意再加上一個邊就會出現迴路(cycle)



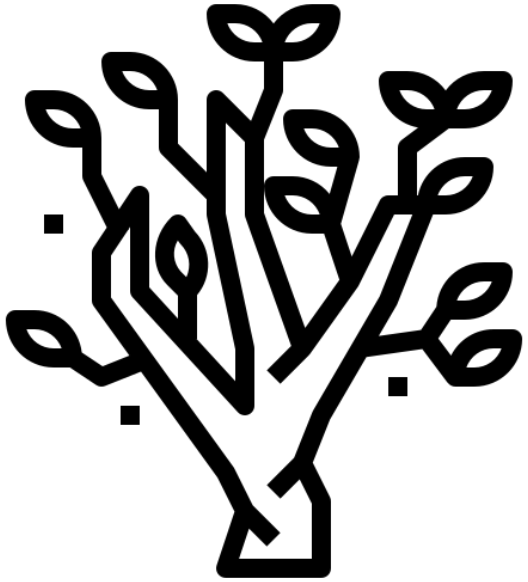
看看同構圖

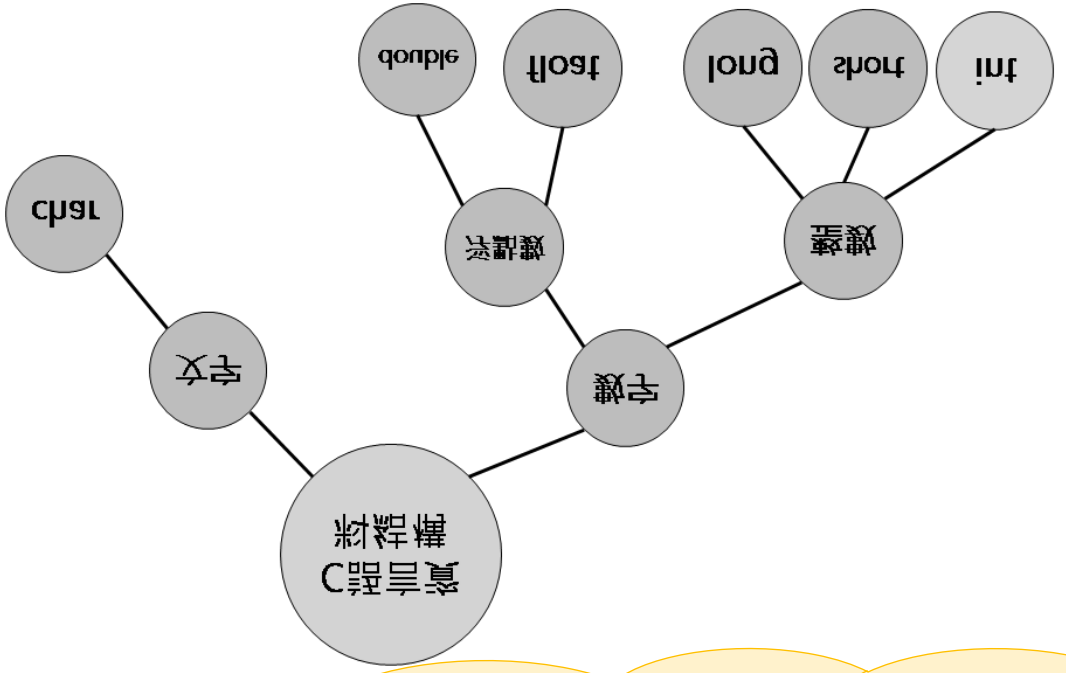


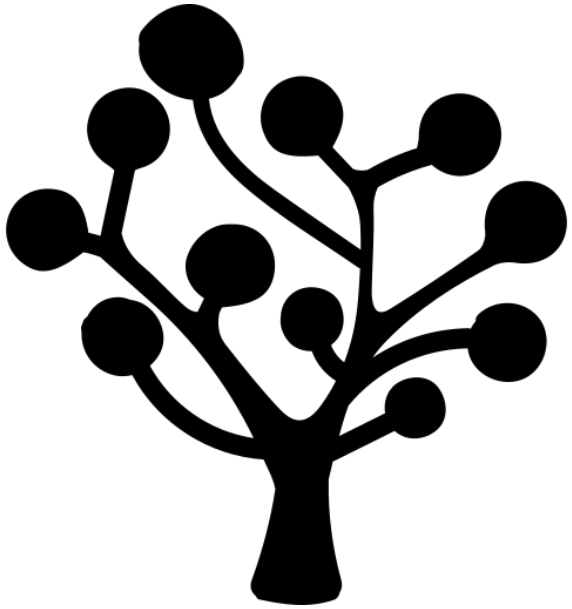
將各點與各邊調整一下位置後，是不是能明確的看出各點之間的階層概念？

看這樣的階層圖是否有聯想到其他東西呢？

就像一顆『樹 Tree』的『圖 Graph』





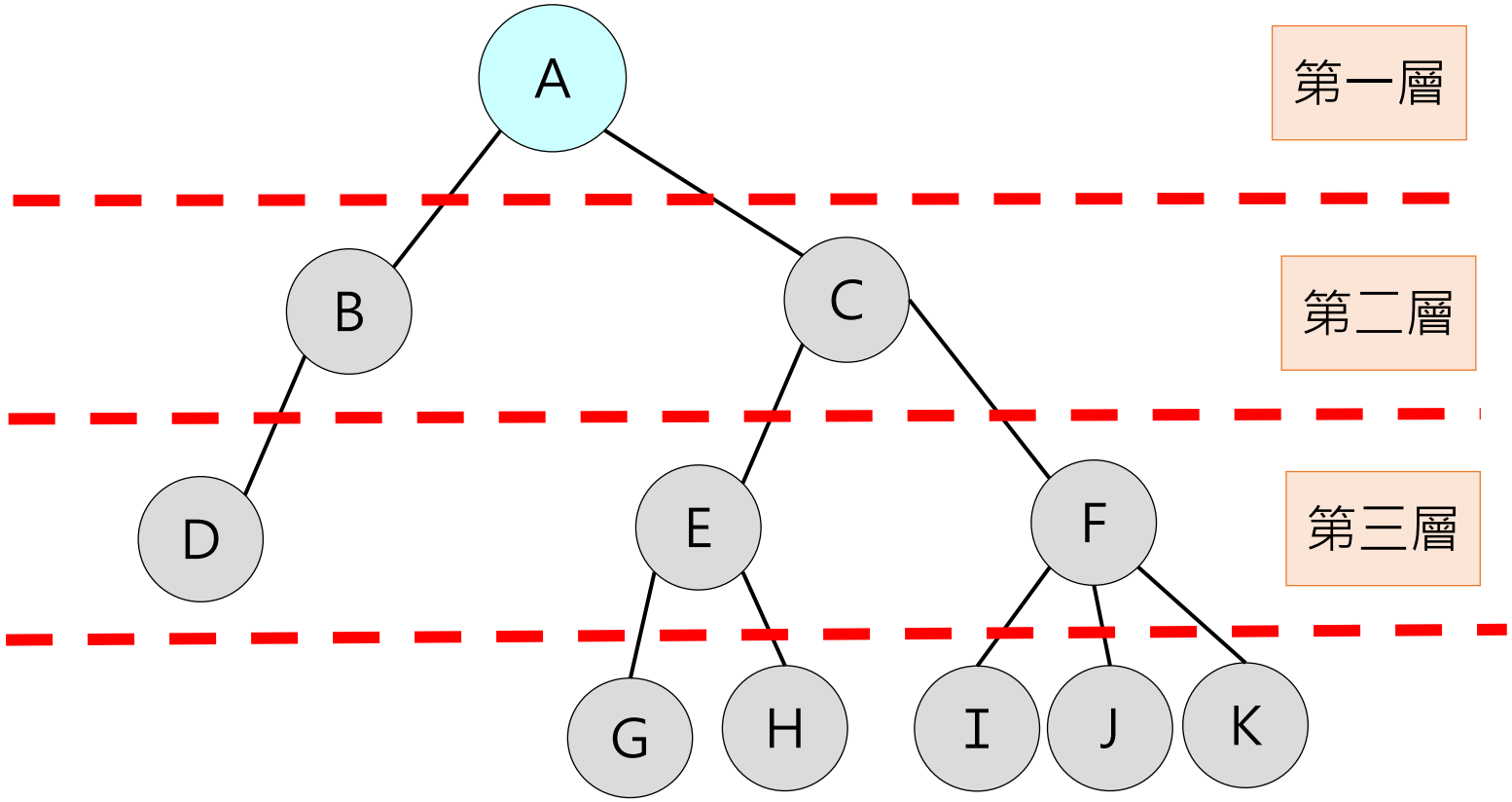


是的，我們將這種看起來像樹的
特殊圖形，另外給了一個稱呼：
『樹 Tree』！


<樹 Tree>
基本概念

樹(Tree) 是？

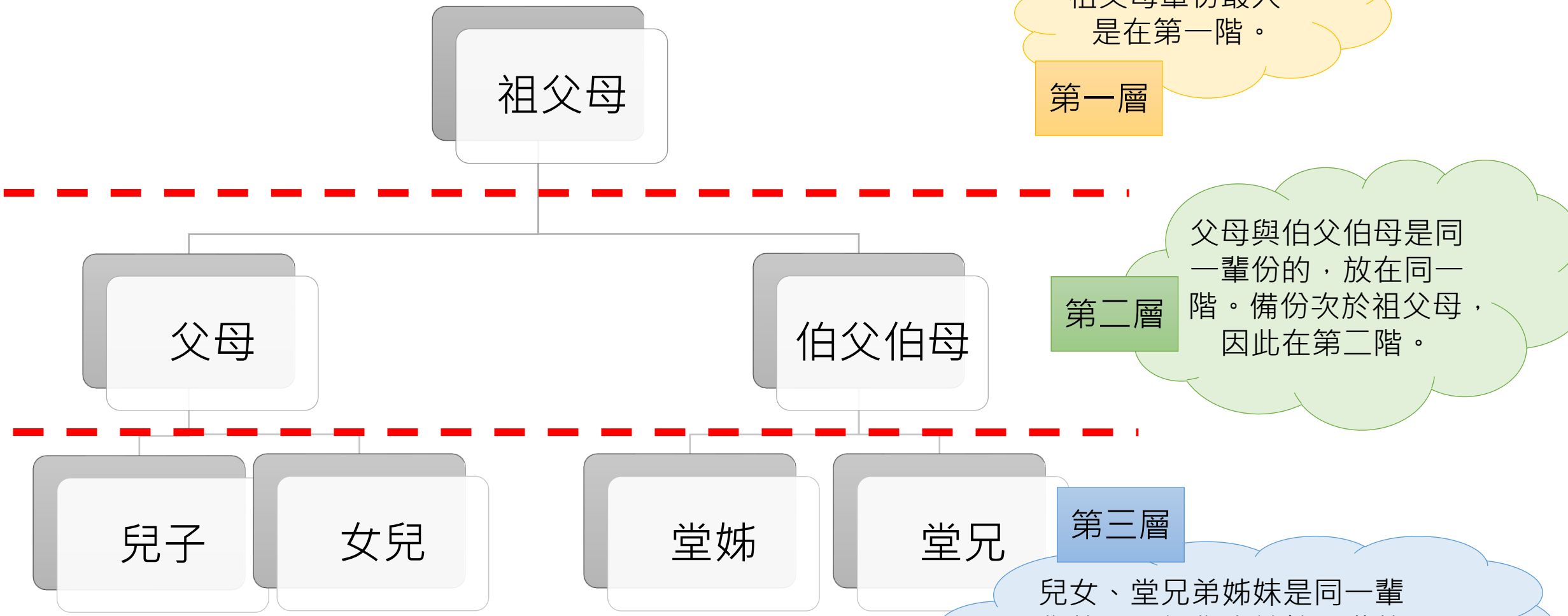
- 一種有**階層架構**的**非線性資料集合**。



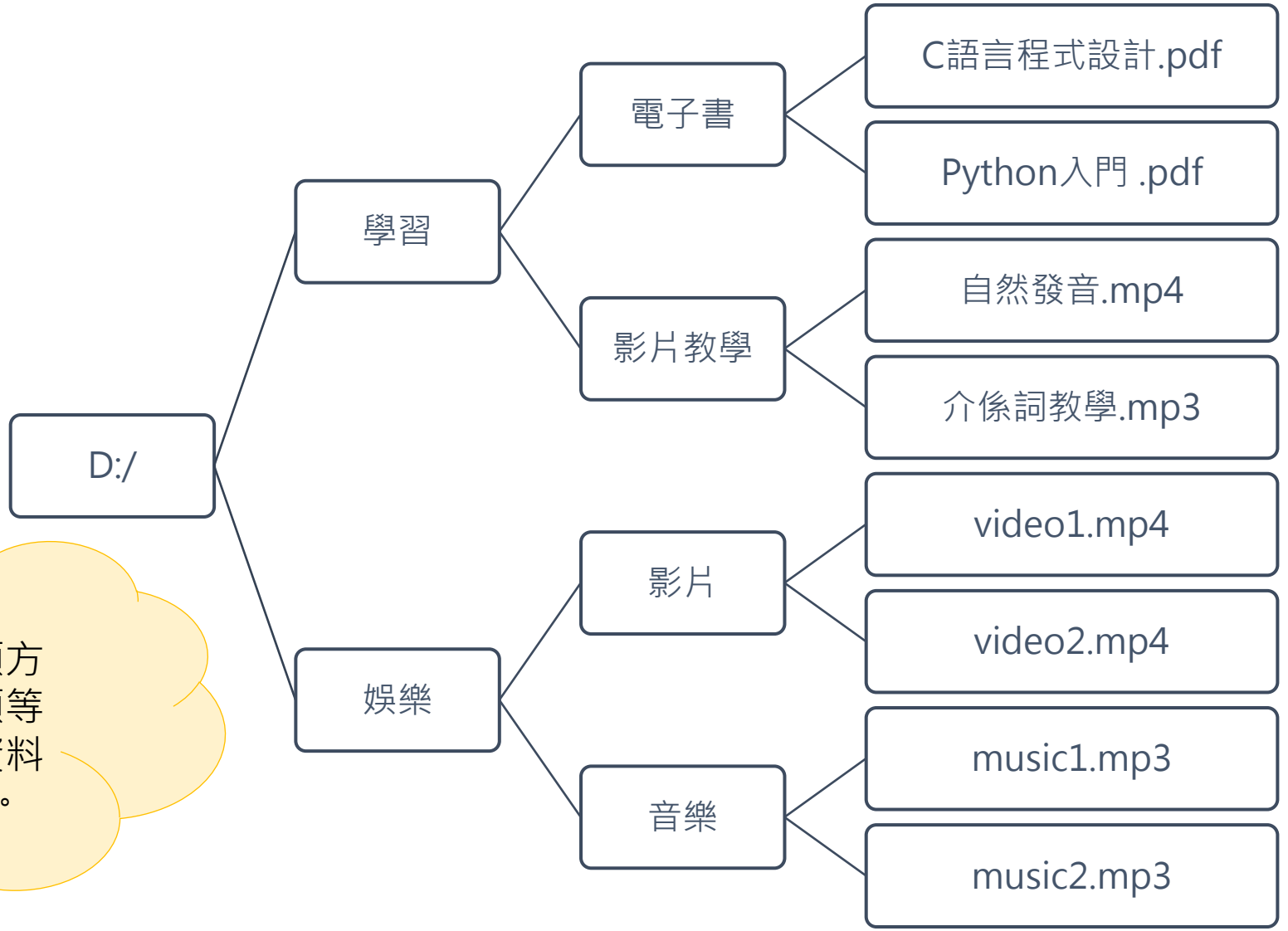
樹的定義

- 樹狀結構是由一個或多個節點組合的有限集合，包含以下特性：
  - 任兩個節點只有一條路徑通過
  - 沒有迴路(cycle)
  - 有 N 個節點，那就會有 N-1 個邊
  - 任意再加上一個邊就會出現迴路(cycle)

樹的應用 – 家族族譜


祖父母
父母
伯父伯母
兒子
女兒
堂姊
堂兄
祖父母輩份最大，
是在第一階。
第一層
第二層
父母與伯父伯母是同
一輩份的，放在同一
階。備份次於祖父母，
因此在第二階。
第三層
兒女、堂兄弟姊妹是同一輩
份的，且備份次於第二階的
父輩長輩，所以放在第三階。

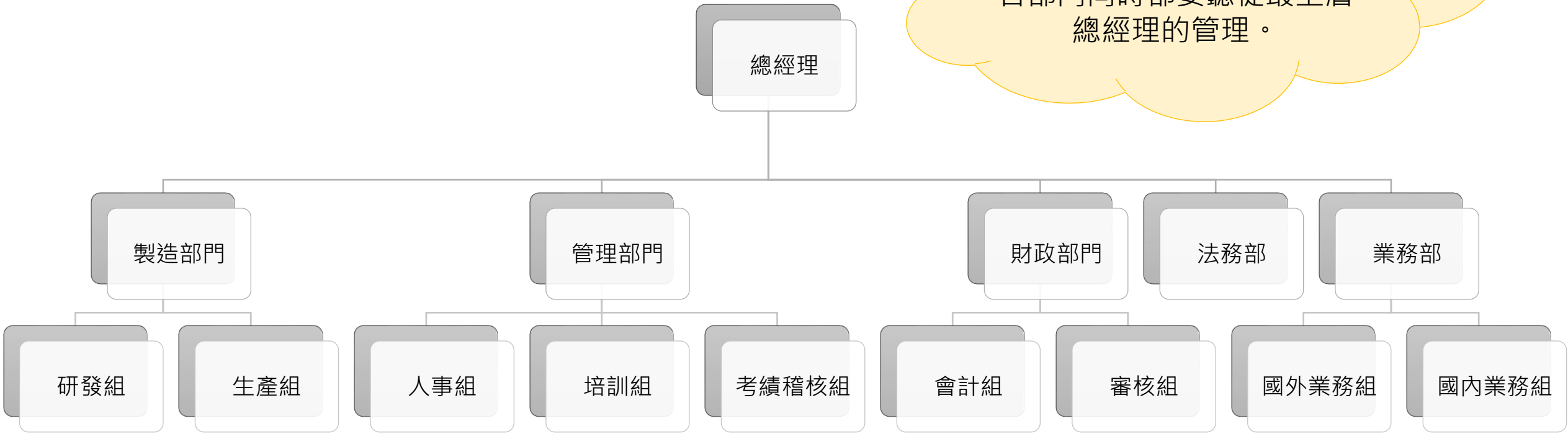
樹的應用 – 檔案目錄



不同使用者根據各種分類方式（檔案種類、時間分類等等），將電腦硬碟內的資料分成各種階層目錄存放。

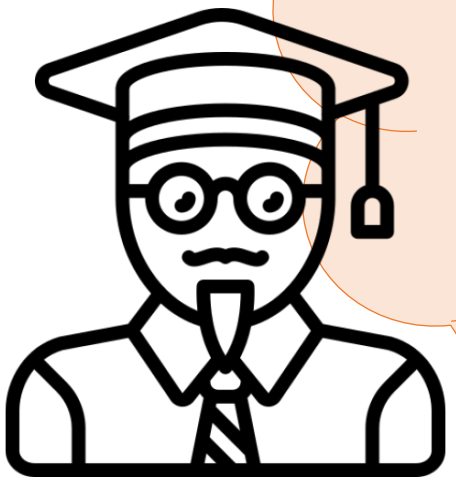
樹的應用 – 公司組織圖

公司內根據不同的工作項目會分成多個部門，每個部門又可以細分成不同組別，但各部門同時都要聽從最上層總經理的管理。



樹的應用

- 家族族譜
- 檔案目錄
- 公司組織圖
- if else 決策圖
- 技術學習圖
- …



樹狀結構雖然也可以視為是一種圖形結構，但因為樹的特殊定義，因此另外有專屬於樹的專有名詞。

再探究樹的其它應用前，我們同樣要先來認識樹的專有名詞。


<樹 Tree>
專有名詞

樹的專有名詞

節點 node	兄弟節點 sibling node	分支度 branch	子樹 subtree
邊 edge	祖先節點 ancestor node	階度 level	二元樹 binary tree
樹根節點 root	子孫節點 descendant node	高度 height	
父節點 parent node	非終點節點 non-terminal node	深度 depth	
子節點 children node	終點節點 terminal node	樹林 forest	

樹的專有名詞

節點與邊

- 節點 node
  - 樹上的每個點都稱為節點
  - 每個節點都是一項資料
- 邊 edge
  - 節點通往其它節點的路

樹的專有名詞

各種節點 (1)

- **樹根節點** root
  - 樹的頂端(最上層)節點
  - 每顆樹都有唯一一個 root
- **父節點** parent node
  - 一個節點的上一層節點
- **子節點** children node
  - 一個節點的下一層節點
- **兄弟節點** sibling node
  - 有著相同父節點的所有節點彼此稱為兄弟節點
  - 彼此皆互稱為兄弟節點，沒有先來後到順序，也沒有區分成兄節點或弟節點。

樹的專有名詞

各種節點 (2)

- **祖先節點** ancestor node
  - 從 root 到指定節點(node-K) 的通過路徑上的所有節點(包含 root)都是指定節點(node-K)的祖先節點
  - root 是所有節點的組先結點
  - 父節點同時也會是子節點

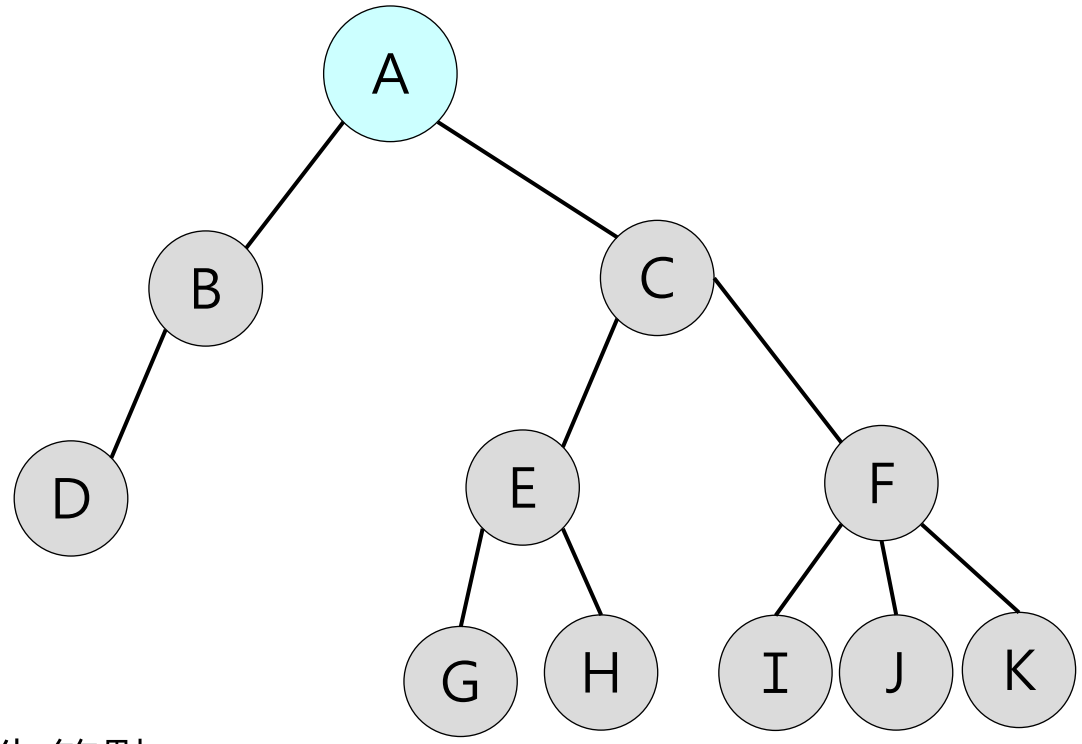
- **子孫節點** descendant node
  - 當 A 節點(node-A)可做為 B 節點(node-B)的祖先節點時，那 B 節點(node-B)也會被稱為是 A 節點(node-A)的子孫節點
  - 子節點同時也會是子孫節點

- **非終點節點** non-terminal node
  - 至少有一個子節點的節點
  - 也稱為**內部節點 internal node**

- **終點節點** terminal node
  - 沒有子節點的節點
  - 也稱為**葉子節點 leaf node**
  - 也稱為**外部節點 external node**

樹的專有名詞

各種節點 – 範例

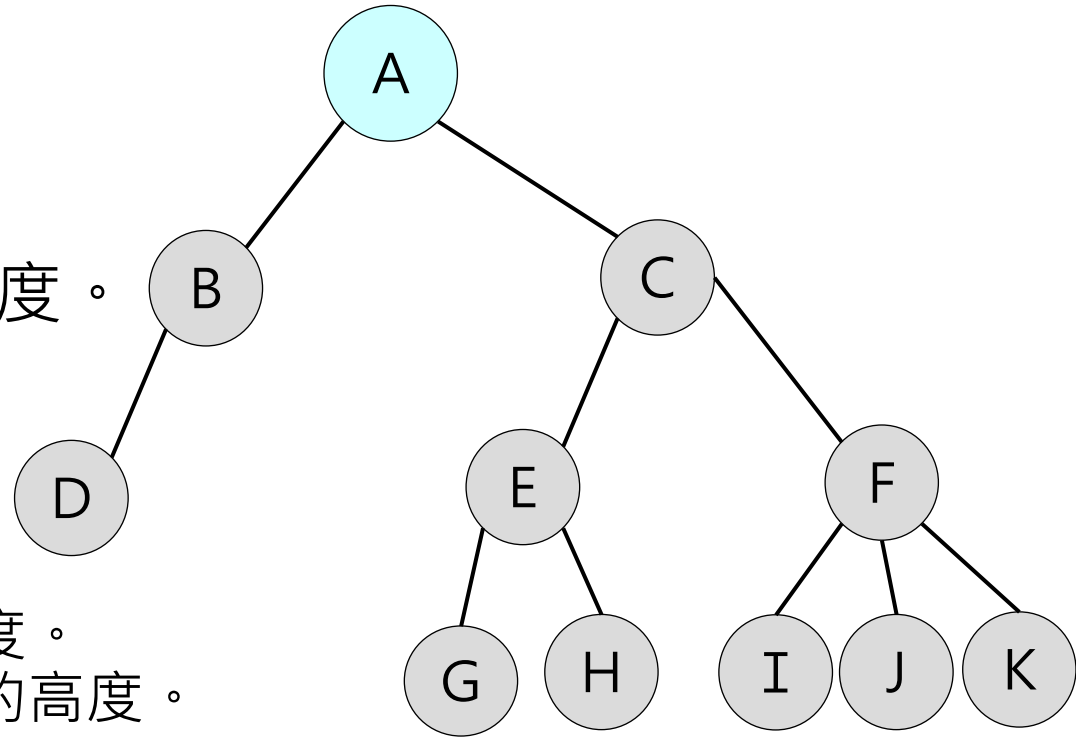


- **A 節點是 root**
- A 節點是 B 節點與 C 節點的父節點
- B 節點是 D 節點的父節點
- D 節點是 B 節點的子節點
- C 節點是 E 節點與 F 節點的父節點
- E 節點與 F 節點是 C 節點的子節點
- A節點、C節點、E節點都是G節點與H節點的祖先節點
- G節點與H節點是A節點、C節點、E節點的子孫節點
- G節點、H節點、I節點、J節點、K節點彼此是兄弟節點
- **D節點、G節點、H節點、I節點、J節點、K節點都是葉子節點(外部節點)**
- A節點、B節點、C節點、E節點、F節點都是內部節點

樹的專有名詞

階層、深度、高度、分支度

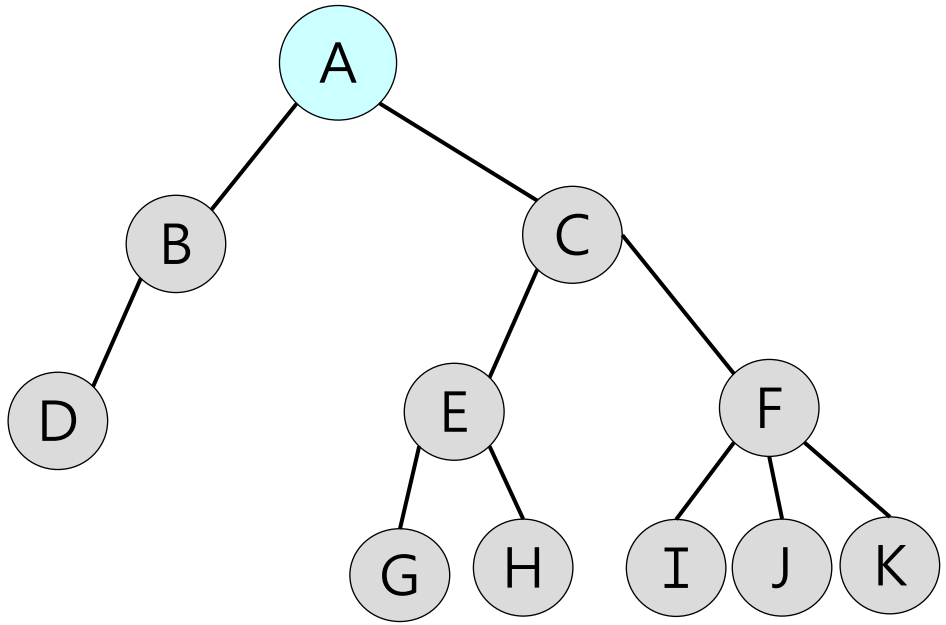
- 階層 level：節點的階層位置。
  - root 是第 1 階，root 的子節點是在第 2 階。
  - 也可稱為「階度」。
- 深度 depth ：從 root 到此節點的路徑長度。
  - root 的子節點深度為 1。
  - 某節點的深度等於該節點的階層+1。
- 高度 height：
  - 節點的高度：節點到葉子節點的最常路徑長度。
  - 樹的高度：樹中節點的最大階層就是這顆樹的高度。
- 分支度 branch：一個節點的子節點數目



樹的專有名詞

各種屬性 - 範例

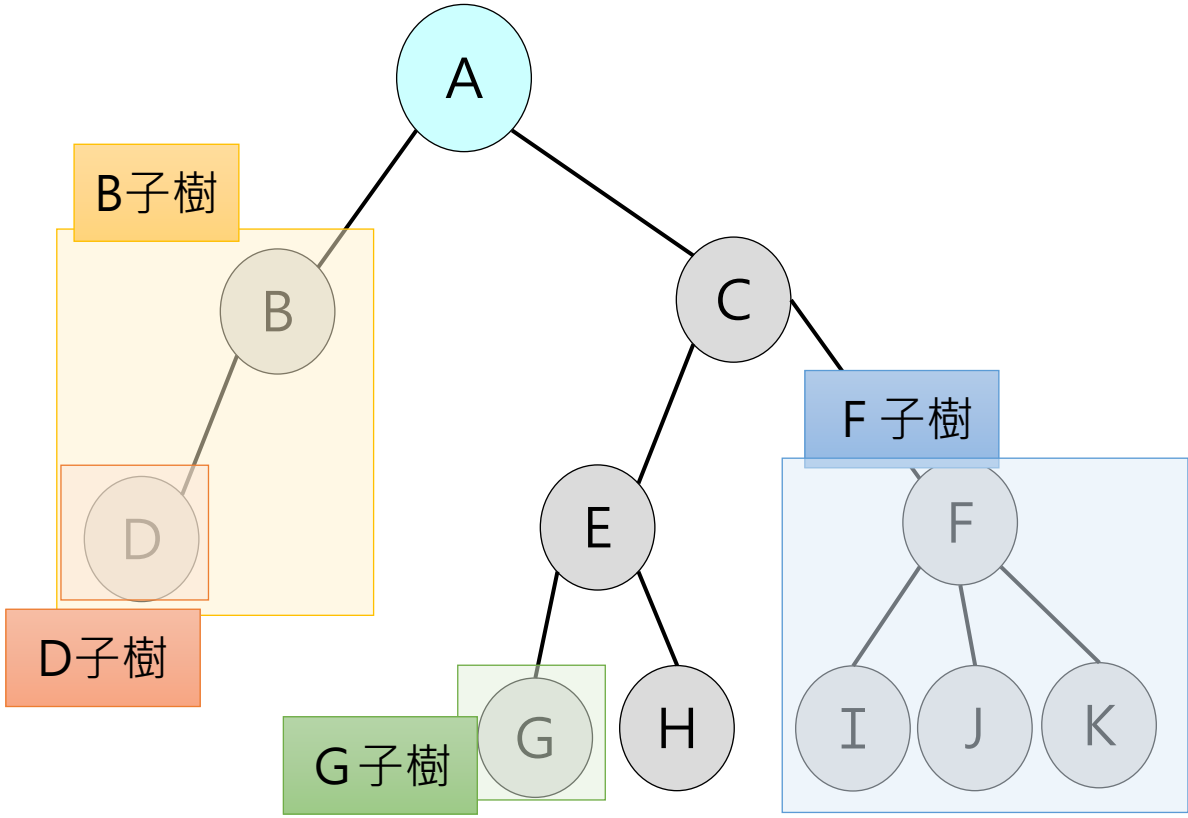
	階層	深度	高度	分支度
A節點	1	0	3	2
B節點	2	1	1	1
C節點	2	1	2	2
D節點	3	2	0	0
E節點	3	2	1	2
F節點	3	2	1	3
G節點	4	3	0	0
H節點	4	3	0	0
I節點	4	3	0	0
J節點	4	3	0	0
K節點	4	3	0	0



樹的專有名詞

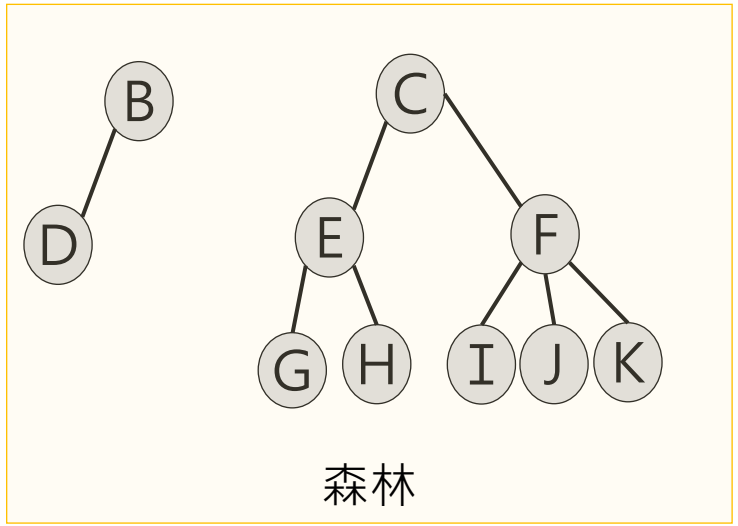
子樹 subtree

- 子樹 subtree：與子圖(subgraph)的概念相似，子圖就是在 root 下的相連部分。
  - 一個節點也可是一個子樹。
  - 子樹若包含不只一個節點，那這個子樹又可再拆成多個子樹。
  - 子樹的根節點編號就是這顆子樹的名稱。



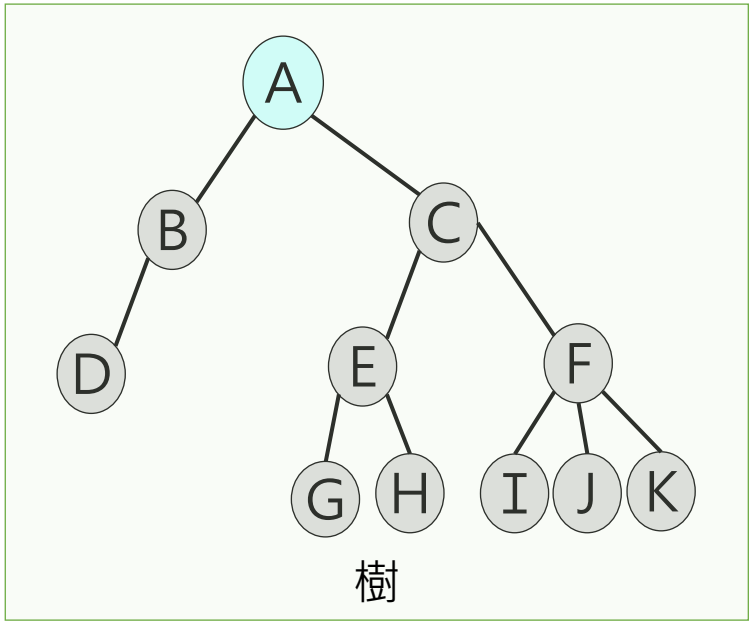
森林 forest

- 森林 forest ：多顆彼此不相鄰且節點不重複的樹的集合。
  - 當一顆樹移除 root 後，那剩下的子樹們就會被稱為森林 forest。
  - 也可稱為森林。
  - 右圖是有兩個子樹的森林。



森林加上 root 節點就變成樹

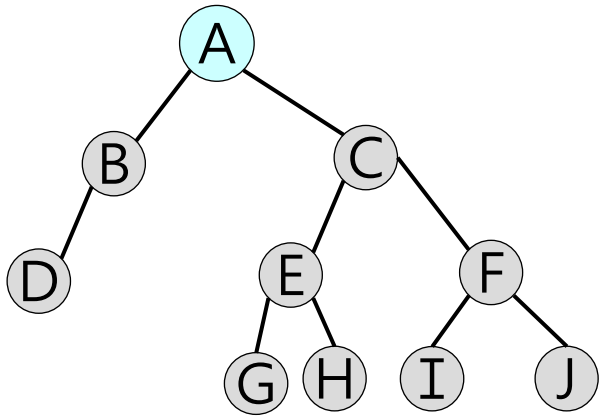
樹移除 root 就變成森林



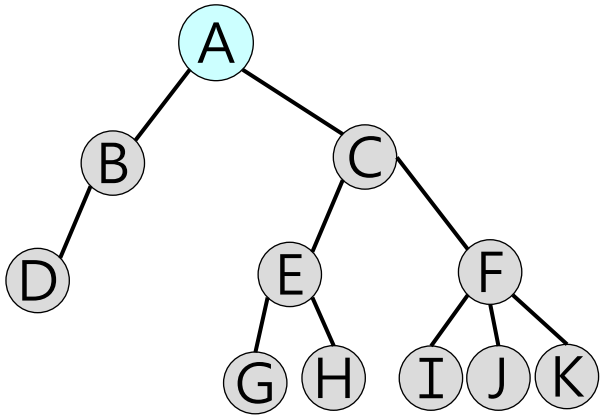
樹的專有名詞

n 元樹

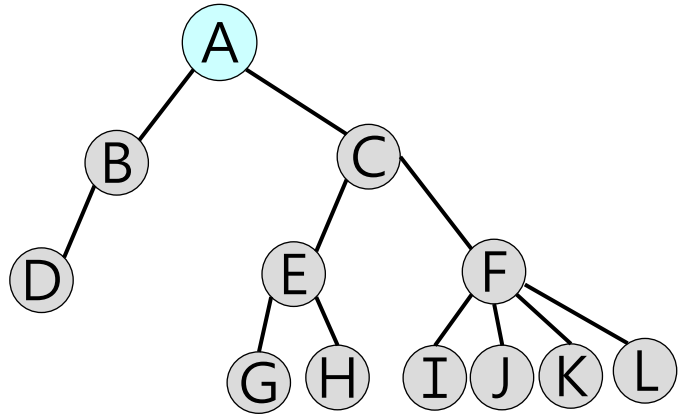
- n元樹：樹的任一個節點最多有 n 個子節點
  - n 為大於等於 2 的數
- 二元樹 binary tree：樹的任一個節點最多有 2 個子節點
- 三元樹：樹的任一個節點最多有 3 個子節點



二元樹



三元樹

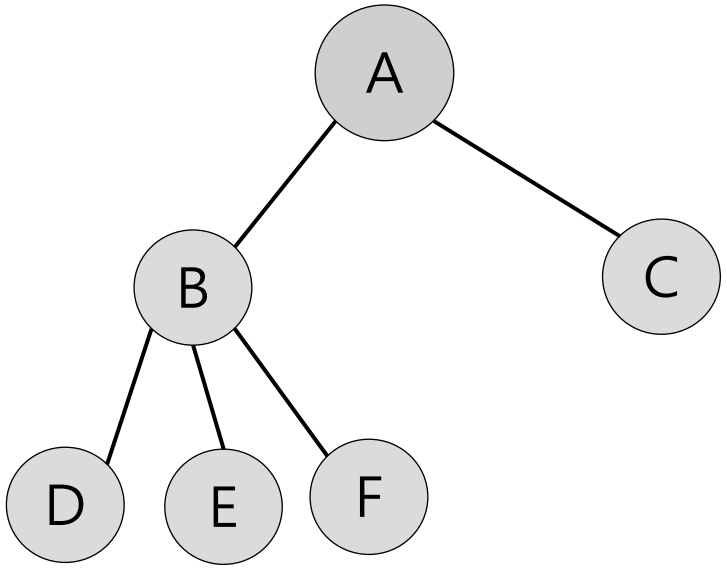


四元樹


<樹 Tree>
表示法

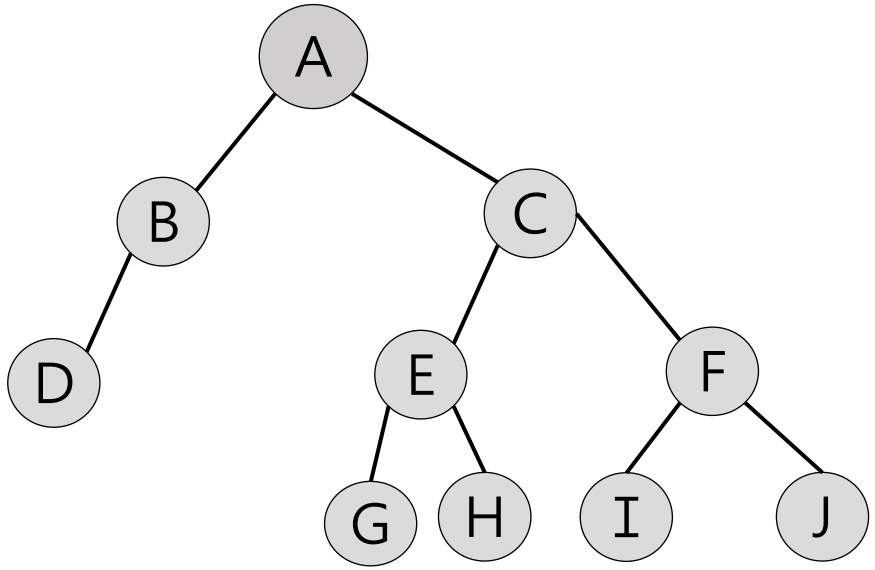
串列表示法

- 使用括號呈現，括號內先列出樹根節點，接著用括號包圍每一個子樹，每個子樹再用相同的方式表示。



(A (B (D, E, F), C))

串列表示法是用文字來描述一顆樹，並非程式內使用的資料結構。



(A (B (D), C (E (G, H), F (I, J))))

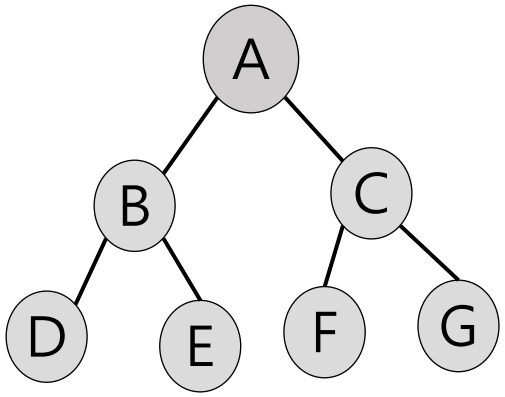
陣列表示法

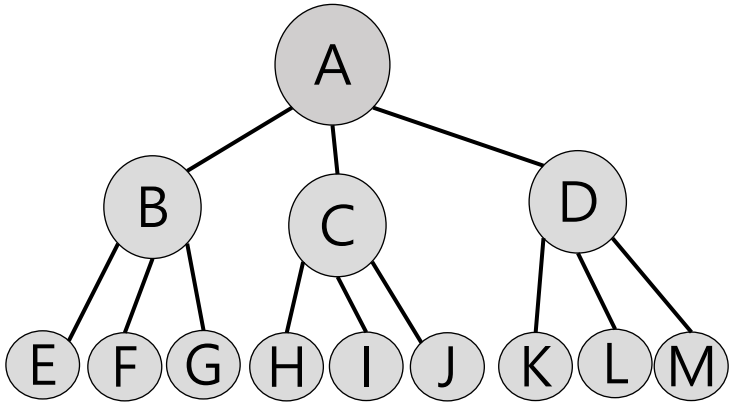
- 使用陣列表示法必須先知道樹內節點的**最大分支度(n)**以及**樹的高度**。

- 陣列表示法會根據每個階層最多的節點數，保留對應的陣列空間，總陣列大小就是每階層保留的空間加總。
  - 第 1 層: 保留 1 個空間
  - 第 2 層: 保留 n^{2-1} 個空間
  - 第 3 層: 保留 n^{3-1} 個空間
  - 第 h 層: 保留 n^{h-1} 個空間

- 若階層內的節點數沒被填滿時，保留的陣列空間就會被閒置

陣列表示法



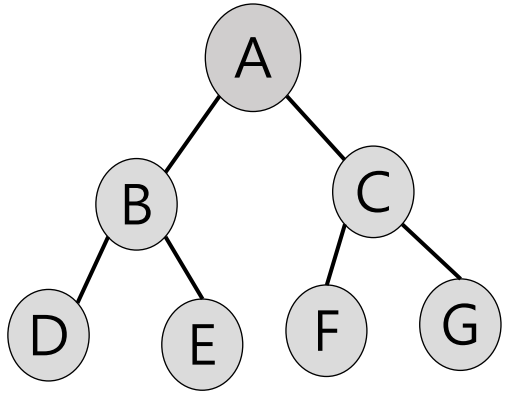


陣列大小	2元樹	3元樹	4元樹
高度=1	1	1	1
高度=2	1+2	1+3	1+4
高度=3	1+2+4	1+3+9	1+4+16
高度=4	1+2+4+8	1+3+9+27	1+4+16+64
高度=n	$1+2+4+8+\ldots+2^{n-1}$	$1+3+9+27+\ldots+3^{n-1}$	$1+4+16+64+\ldots+4^{n-1}$

陣列表示法

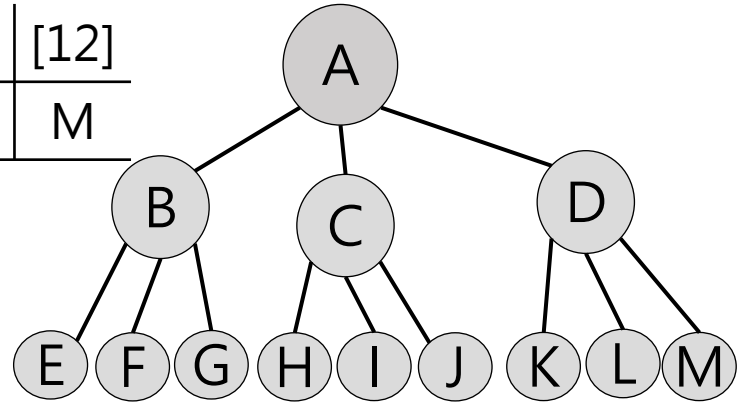
- 陣列內元素對應的索引值
  - 2元樹

[0]	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]
A	B	C	D	E	F	G
第 1 層	第 2 層		第 3 層			



  - 3元樹

[0]	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]	[7]	[8]	[9]	[10]	[11]	[12]
A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
第 1 層	第 2 層			第 3 層								

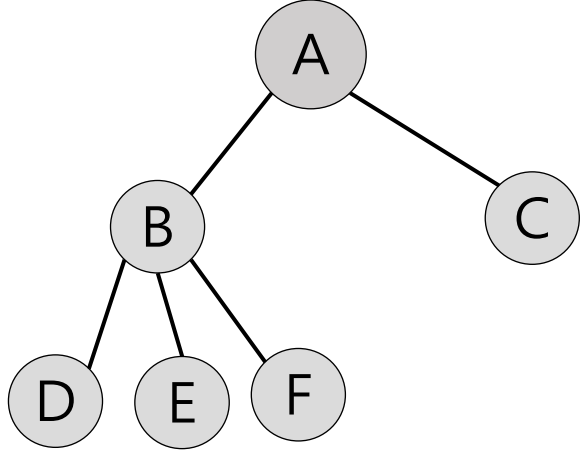


陣列表示法

- 缺點：
  - 因為陣列表示法會保留每個階層最多的節點數，因此會有**空間浪費**的問題（除非樹的每個節點分支度都是一樣的）。

- 改善：
  - 為了節省空間的浪費，多數會將樹轉換成**二元樹**後再處理。

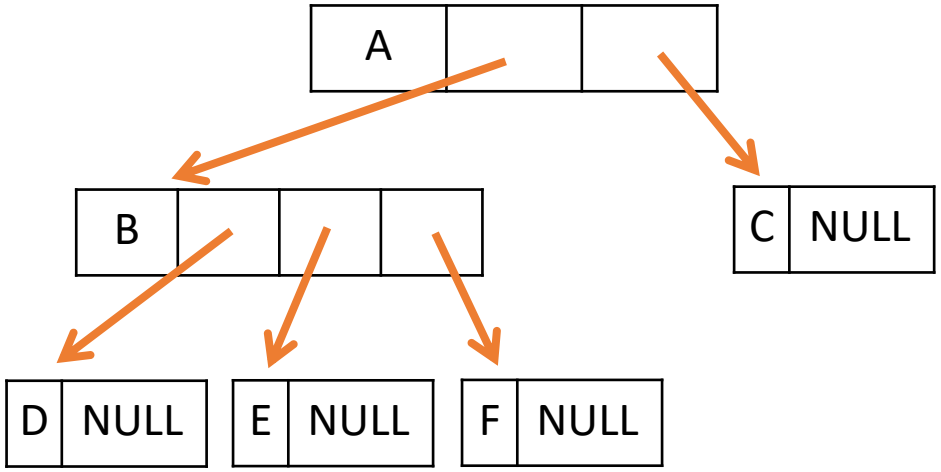
鏈結串列表示法



鏈節串列表示法可以分成兩種方式：

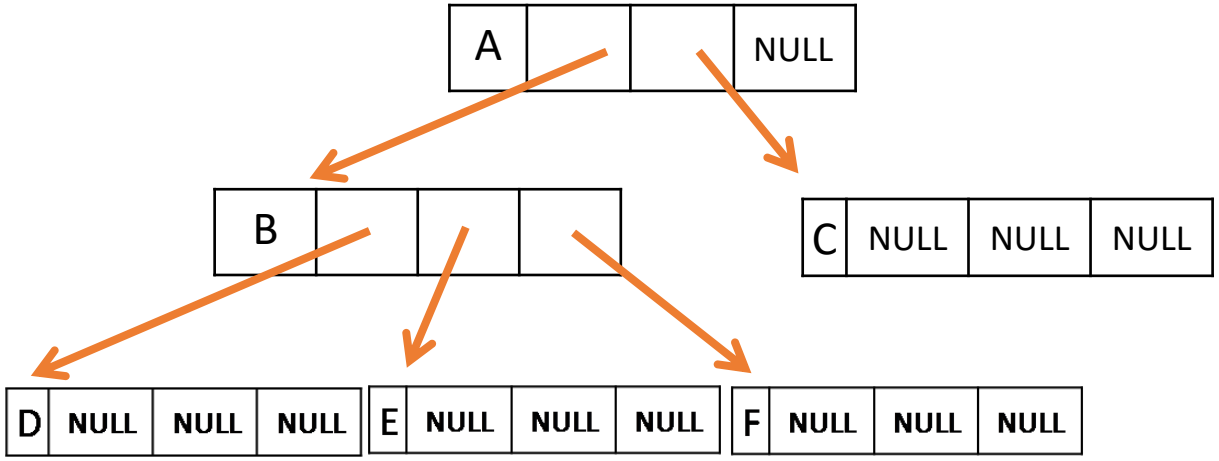
節點欄位數不固定

- 每個節點依照子節點數配置 link 數量
- 葉子節點會保留一個 NULL 的l ink



節點欄位數固定

- 每個節點會預留固定的 link
- n 元樹: 每個節點會預留 n 個的 link



鏈結串列表示法

鏈節串列表示法可以分成兩種方式：

節點欄位數不固定

- 缺點：
  - 每個節點的 link 空間都要動態配置，當子節點有增減時，都需要比較多的處理。

節點欄位數固定

- 缺點：
  - 與陣列表示相似，會多配置 link　空間，有空間浪費的問題。
- 改善：
  - 與陣列表示法一樣，為了節省空間的浪費，多數會將樹轉換成**二元樹**後再處理。

延伸的概念

概念1: 樹 -> 二元樹

- 樹型結構是一個重要的資料結構，但當分支度大時，圖型會有很大的變異空間，也容易造成資料結構的設計困難，因此在實際應用上，多數會將問題簡化成二元樹的應用，才能讓程式的實作上更為容易。